



WORKING PAPER n.01.06

Settembre 2001

**UN'ANALISI DI SENSITIVITÀ DELLE DISTRIBUZIONI DI
PORTAFOGLIO IN *CREDITMETRICS***

Daniela De Pieri¹

1. GRETA Associati, Venezia.

ABSTRACT

Tra i modelli più utilizzati per la gestione del rischio di credito è rilevante la proposta di J.P. Morgan nota con il nome *CreditMetrics*. La metodologia opera secondo una logica *mark-to-market* e consente di ottenere il Credit-VaR tanto a livello delle singole posizioni quanto a livello di portafoglio, ricorrendo al modello di Merton al fine di derivare le correlazioni fra i prenditori.

Il presente lavoro descrive il funzionamento del modello e mostra i risultati di un'applicazione dello stesso, effettuata allo scopo di valutare la sensibilità dei suoi output rispetto ai valori dei pesi dei fattori idiosincratici e sistematici che descrivono gli *asset returns* delle controparti. Le verifiche compiute giudicano, inoltre, la sensibilità delle misure di rischio rispetto al numero delle simulazioni che consentono di giungere alla distribuzione di portafoglio. Gli esiti ottenuti rivelano la necessità di non limitarsi all'adozione delle regole semplificatrici, per la mappatura degli obbligati, che gli autori del modello suggeriscono di seguire nella fase di *start-up* di implementazione. Infatti, il modello è particolarmente adatto ad essere applicato da quelle istituzioni finanziarie che operano in ambienti ove è ampiamente diffusa la quotazione delle imprese, come è appunto l'economia statunitense. J.P. Morgan, consapevole dei limiti all'applicazione generalizzata del suo modello, propone l'adozione di alcune semplici regole, che sono finalizzate a superare la mancata quotazione delle controparti.

Anche per quanto riguarda la sensibilità degli output di *CreditMetrics* rispetto al numero delle simulazioni, le verifiche eseguite rivelano una forte variabilità dei risultati a seconda del numero di replicazioni, in special modo per quanto riguarda le statistiche marginali.

INTRODUZIONE

Negli ultimi anni alcune delle maggiori istituzioni finanziarie internazionali hanno investito ingenti quantità di risorse umane ed economiche nello sviluppo di metodologie quantitative per la misurazione e il controllo del rischio di credito. Si è indagato, cioè, sulla possibilità che una variazione inattesa del merito creditizio di una controparte, nei confronti della quale esiste un'esposizione, generi una corrispondente variazione inattesa del valore di mercato della posizione creditoria.

Tra i modelli a carattere quantitativo più noti ed utilizzati a livello internazionale per la stima del rischio di un portafoglio di crediti, rilevante è la proposta di J.P. Morgan nota con il nome *CreditMetrics*. Esso opera secondo una logica *mark-to-market* e consente di ottenere il VaR tanto a livello delle singole posizioni quanto a livello di portafoglio, ricorrendo al modello di Merton al fine di ricavare le correlazioni fra i prenditori. Il modello, risultato della ricerca compiuta dalla banca americana, è particolarmente adatto ad essere applicato da quelle istituzioni finanziarie che operano in ambienti ove è ampiamente diffusa la quotazione delle imprese, come è appunto l'economia statunitense. È facile comprendere, quindi, come certe informazioni, che per il modello rappresentano un input, non siano disponibili per quelle banche che finanziano imprese di piccole e medie dimensioni, cioè il tipo di aziende che caratterizzano in gran parte il tessuto economico dell'Italia.

J.P. Morgan propone, allora, di adottare alcune semplici regole, che sono finalizzate a superare la mancata quotazione delle controparti, almeno nella fase di *start-up* dell'implementazione.

Nel presente articolo si procede, dapprima, alla descrizione del funzionamento del modello e ci si propone, poi, di valutare la possibilità, per una banca italiana, di accettare le proposte semplificatrici di J.P. Morgan. In particolare, dopo l'esposizione delle caratteristiche del *database* sul quale si è lavorato, viene verificata la sensibilità degli output di *CreditMetrics* rispetto alle variazioni nel peso della componente idiosincratca del rischio di credito e nella mappatura degli obbligati nei diversi paesi e settori economici, necessaria per il calcolo delle correlazioni fra i prenditori. Le simulazioni si prefiggono di valutare l'impatto dell'adozione delle ipotesi semplificatrici proposte da J.P. Morgan per superare il problema della mancata quotazione degli obbligati sulle misure di rischio comunemente adoperate (deviazione standard ma, soprattutto, VaR a livello di portafoglio e marginale). Come verrà mostrato, i risultati rivelano la necessità di non limitarsi all'adozione delle regole semplificatrici, per la mappatura degli obbligati, che gli autori del modello suggeriscono di seguire nella fase di *start-up* di implementazione. Indicano, invece, la necessità di orientare la ricerca verso metodologie quantitative. L'analisi svolta in questa parte del lavoro ha interessato anche la valutazione della sensibilità degli output di *CreditMetrics* rispetto al numero delle simulazioni che consentono di giungere alla distribuzione dei valori di portafoglio. Anche per questo aspetto, le verifiche eseguite mostrano una forte variabilità dei risultati a seconda del numero di replicazioni, in special modo per quanto riguarda le statistiche marginali, che rivestono, come si vedrà, una primaria importanza al fine di valutare il contributo di ciascun prestito alla rischiosità complessiva del portafoglio.

1 IL MODELLO *CREDITMETRICS*

*CreditMetrics is a tool for assessing portfolio risk due to changes in debt value caused by changes in obligor credit quality. We include changes in value caused not only by possible default events, but also by upgrades and downgrades in credit quality. Also, we assess the value-at-risk (VaR) – the volatility of value – not just the expected losses. Importantly, we assess risk within the full context of a portfolio. We address the correlation of credit quality moves across obligors. This allows us to directly calculate the diversification benefits or potential over-concentrations across the portfolio.*¹

Così esordiscono gli autori del documento tecnico dedicato alla dettagliata descrizione del modello per la valutazione del rischio di credito messo a punto dalla banca americana J.P. Morgan e lanciato nell'aprile del 1997, ma già da prima utilizzato dalla stessa per scopi interni.

Già da queste poche righe emergono i punti salienti della metodologia, divenuta ormai un riferimento per l'intera comunità finanziaria.

Innanzitutto, si riconosce che il rischio non deriva solo dal possibile *default* delle controparti, ma da qualunque evento suscettibile di modificare sensibilmente il valore del prestito: si parla, in generale, di eventi creditizi, i quali possono influenzare negativamente il valore del credito, ma anche accrescerlo, diminuendo - in quest'ultimo caso - la rischiosità complessiva del portafoglio impieghi; il modello è quindi multistato, segue cioè una logica "binaria" (credito sano o fallimento della controparte), ma prende in considerazione una pluralità di possibili stati futuri in cui i crediti, pur restando formalmente *in bonis*, possono vedere accresciuta la loro probabilità di insolvenza nel tempo.

Inoltre, non ci si focalizza solo sul livello di perdita attesa relativa ad un portafoglio impieghi, ma si valutano anche, e soprattutto, la variabilità di tale perdita attesa e la differenza

¹ Cfr. J.P. Morgan (1997), p. 5.

tra la perdita attesa e un dato percentile Entrambe vengono utilizzate come misura per il calcolo della perdita non attesa e, dunque, dell'effettivo grado di rischio. La perdita attesa, infatti, rappresenta il valore medio della distribuzione delle perdite e, in quanto "attesa", non può considerarsi come rischio. Si tratta, infatti, di una componente già incorporata nelle aspettative della banca e, dunque, utilizzata nella determinazione dei tassi di interesse da applicare alle controparti. La perdita inattesa rappresenta, invece, il vero fattore di rischio, ossia il rischio che la perdita si dimostri, al termine dell'orizzonte temporale prescelto, superiore a quella inizialmente stimata.

Infine, l'intera struttura del modello è organizzata in modo da raggiungere l'obiettivo di determinare il livello di rischio connesso ad un portafoglio di prestiti e non ad un singolo credito o ad un insieme di crediti valutati singolarmente. Questo aspetto è di fondamentale importanza perché le *performance* economiche dei diversi prenditori, e quindi il loro merito creditizio, sono in qualche misura correlate, e di tale aspetto ogni banca deve tenerne conto in sede di concessione e di revisione dei prestiti. In altre parole, la selezione e il monitoraggio della clientela devono essere affiancati da adeguate politiche di portafoglio volte a contenere i rischi mediante la diversificazione dei crediti in termini di settori di attività, aree geografiche, valute di denominazione, scadenza, ecc. La questione delle correlazioni fra debitori è affrontata in *CreditMetrics* in maniera molto dettagliata, e ciò conferma la sua importanza al fine di garantire il successo delle scelte creditizie da parte della banca.

1.1 Gli input

Prima di procedere all'implementazione di *CreditMetrics*, occorre prendere alcune decisioni riguardanti:

- l'individuazione del sistema di rating da utilizzare;
- la scelta dell'orizzonte temporale;
- la specificazione della *forward discount curve* necessaria per effettuare il *mark-to-market*² di ciascun credito;
- la stima dei tassi di recupero in caso di insolvenza.

L'individuazione del sistema di rating da utilizzare

CreditMetrics presuppone che sia possibile raggruppare i crediti di una banca in un numero finito di classi omogenee, dette classi di merito o classi di rating, ad ognuna delle quali corrisponde una certa probabilità di migrazione verso classi più elevate (migliori) e più basse (peggiori), nonché una determinata probabilità di insolvenza. Una delle assunzioni fondamentali del modello è che tutti i prenditori collocati in una medesima classe siano omogenei dal punto di vista del merito creditizio.

Al fine di operare una segmentazione della clientela in una griglia articolata di classi di rischio, ciascuna banca può utilizzare i rating elaborati dalle agenzie specializzate (per una disamina dell'industria dei rating, cfr. Cantor e Packer, 1994) oppure sviluppare sistemi di rating interno.

Una volta "classate" tutte le controparti della banca, indipendentemente dal sistema di rating utilizzato, ciò che conta in *CreditMetrics* è avere a disposizione una matrice di transizione come quella indicata nella figura 1, il cui generico elemento rappresenta la probabilità che tutti i prenditori collocati in una determinata classe rimangano nella stessa classe, migrino verso un'altra classe o falliscano al termine di un dato intervallo temporale.

² Con questo termine ci si riferisce al calcolo del valore di mercato delle posizioni, tenendo in considerazione anche i guadagni non ancora realizzati.

Fig.1: Esempio di matrice di transizione

	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa	D
Aaa	89%	10%	1%	0%	0%	0%	0%	0%
Aa	1%	89%	10%	0%	0%	0%	0%	0%
A	0%	3%	90%	6%	1%	0%	0%	0%
Baa	0%	0%	7%	85%	6%	1%	0%	0%
Ba	0%	0%	1%	6%	84%	8%	1%	1%
B	0%	0%	0%	1%	7%	83%	3%	7%
Caa	0%	0%	1%	1%	3%	6%	63%	26%

Fonte: Moody's.

La scelta dell'orizzonte temporale

La scelta dell'orizzonte di rischio sembra essere una variabile decisionale rilevante in ogni modello per il controllo del rischio di credito e può ricadere su due alternative: un orizzonte temporale costante, uniforme per tutte le esposizioni, oppure un orizzonte temporale variabile e diverso per ogni esposizione, pari alla vita residua di ognuna. L'illiquidità che caratterizza i portafogli di prestiti bancari rispetto ai portafogli di *trading* spingerebbe ad adottare quest'ultima alternativa. Generalmente, si propende per la prima soluzione e si conviene di adottare un orizzonte temporale di un anno; questa scelta è legata a ragioni pratiche piuttosto che a motivazioni teoriche. Un anno, infatti, è solitamente l'intervallo adottato dalle agenzie di rating³ e dalle stesse banche ai fini del *capital budgeting* e dell'allocazione del capitale. Inoltre, un anno rappresenta un buon compromesso perché i portafogli bancari sono composti da strumenti alquanto eterogenei dal punto di vista delle scadenze: si pensi da un lato ai mutui, tipicamente di durata pluriennale e, dall'altro, alle operazioni di finanziamento di credito commerciale, caratterizzate da un maggior grado di liquidità.

Quale che sia l'orizzonte di rischio, ciò che conta è che esso, una volta scelto, venga mantenuto costante in tutte le fasi dell'analisi dell'evoluzione del portafoglio crediti.

La specificazione della *forward discount curve* necessaria per effettuare il *mark-to-market* di ciascun credito

Allo scopo di ottenere il valore di ciascun prestito presente nel portafoglio impieghi per ognuna delle classi di rating in cui può venire a trovarsi il prestito stesso al termine dell'orizzonte di rischio prescelto, *CreditMetrics* calcola il valore attuale dei flussi di cassa rispetto a tale istante temporale. Per fare ciò, deve disporre di una struttura a termine dei tassi *risk-free*, nonché di una griglia di spread creditizi in grado di coprire qualunque durata futura e qualsiasi classe di merito. Infatti, la rischiosità di ogni prestito e quindi l'assorbimento di capitale ad esso associato, risultano funzione sia della classe di rating in cui viene a trovarsi l'impresa affidata, sia della vita residua del singolo impiego. La griglia di tassi di cui si è detto è chiamata *term structure of credit spreads*, e pone in relazione lo spread connesso ad ogni singolo impiego con la vita residua di quest'ultimo e con la classe di rating dell'impresa affidata. Le curve degli spread forward variano a seconda dell'attività svolta dalla controparte⁴. Per ciascuna curva, ovviamente, i tassi sono tanto maggiori quanto peggiore è la

³ Le matrici di transizione diffuse da Moody's, Standard & Poor's, come pure dalle altre agenzie, sono riferite ad un orizzonte temporale di un anno. Qualora si volesse utilizzare un diverso orizzonte, occorrerebbe, quindi, parametrizzare tali informazioni rispetto all'intervallo prescelto. Ad esempio, la matrice di transizione a due anni potrebbe essere ottenuta moltiplicando la matrice di transizione ad un anno per sé stessa. Una tale operazione, però, ignora l'autocorrelazione presente nei cambiamenti della qualità dei crediti, che invece è confermata da numerosi studi empirici (cfr., ad esempio, Altman e Kao (1992)).

⁴ Ad esempio, Moody's distingue sei "Customer Spread Curves": Banks, Financial, Industrial, Transportation, Utilities e Standard.

classe di rating della controparte e quanto più lontani nel tempo si collocano i relativi flussi di cassa.

L'ampio database, costantemente aggiornato, messo a disposizione da J.P. Morgan comprende tali curve, che costituiscono un input del modello. Resti (1999) propone una soluzione al problema dell'esogenità dei tassi associati alle diverse classi di rischio, ricavandoli endogenamente sulla base delle probabilità di insolvenza e di altri parametri noti⁵.

La stima dei tassi di recupero in caso di insolvenza

Qualora al termine dell'orizzonte di rischio un prestito sia migrato verso la classe di merito peggiore, ossia quella che rappresenta l'insolvenza della controparte, la banca può recuperare comunque una certa quota del proprio credito. Essa dipende da numerose variabili, tra le quali figurano: la gravità dello stato di insolvenza, il grado di liquidità delle attività dell'impresa, il livello e il tipo di garanzie accessorie che assistono il prestito, il tipo di finanziamento, la classe di rating in cui era stato collocato il prenditore prima del *default*, il settore industriale di appartenenza dello stesso e le dimensioni dell'impresa. Il tasso di recupero varia, inoltre, a seconda dell'eventuale presenza di forme di subordinazione nei confronti di altri creditori e della *seniority class* del debito⁶. Nello svolgimento della loro attività, le agenzie di rating provvedono a collocare le imprese da esse esaminate in tali classi di anzianità, per ognuna delle quali viene stimato il tasso di recupero medio e la sua volatilità⁷. La letteratura, tuttavia, è concorde nell'affermare l'elevata incertezza che contraddistingue i *recovery rates*. Di essa deve tenere conto ogni modello per la gestione del rischio di credito, al fine di cogliere pienamente la volatilità del valore attribuibile ad ogni prestito presente nel portafoglio. In altre parole, i tassi di recupero non possono considerarsi quantità deterministiche. Essi, infatti, presentano un elevato grado di variabilità, per catturare la quale occorre ipotizzare che, per ognuna delle *seniority classes*, i *recovery rates* siano descritti da una variabile casuale. Più adatta in tale contesto sembra essere la distribuzione beta che assume, come noto, solo valori compresi tra 0 e 1 ed è coerente, quindi, col fatto che i tassi di perdita in caso di insolvenza sono compresi tra lo 0% e il 100% dell'esposizione.

Più in particolare, si ricorda che se X è una variabile casuale beta, ha funzione di densità data da

$$f_X(x; a, b) = \frac{1}{B(a, b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1} \quad (1)$$

dove:

$$a > 0,$$

$$b > 0,$$

$$B(a, b) = \int_0^1 x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx.$$

a e b sono i due parametri dai quali dipende la variabile casuale, mentre la funzione $B(a, b)$ è detta funzione beta.

Inoltre, se X ha una distribuzione beta, si dimostra che:

⁵ Si tratta di una soluzione che, nel risolvere alcuni problemi, ne crea altri; in particolare, si fonda su un utilizzo delle probabilità di transizione che ne postula l'indipendenza seriale.

⁶ "It is the senior rating that we look to as the most indicative of credit distress likelihood", Cfr. J.P. Morgan (1997), p. 65, nota 1.

⁷ Ad esempio, tra le *seniority classes* previste da Moody's troviamo: Senior Secured, Senior Unsecured, Senior Subordinated, Subordinated e Junior Subordinated.

$$E(X) = \mu = \frac{a}{a+b} \quad \text{e} \quad \text{Var}(X) = \sigma^2 = \frac{ab}{(a+b+1)(a+b)^2} \quad (2)$$

Come accennato in precedenza, le agenzie di rating stimano valore atteso e volatilità del tasso di recupero, quindi, in sede di implementazione del modello sarà sufficiente ricavare a e b dalle quantità note μ e σ , risolvendo il semplice sistema di due equazioni in due incognite:

$$\begin{cases} \mu = \frac{a}{a+b} \\ \sigma^2 = \frac{ab}{(a+b+1)(a+b)^2} \end{cases} \quad (3)$$

da cui, ponendo $s = \frac{\mu}{1-\mu}$ si trova che

$$a = sb \quad (4)$$

$$b = -\frac{\sigma^2 s^2 + \sigma^2 + 2\sigma^2 s - s}{\sigma^2 s^3 + \sigma^2 s + 3\sigma^2 s^2 + \sigma^2 + 2\sigma^2 s} \quad (5)$$

Con l'uso di questi parametri è possibile generare in modo pseudo-casuale, con l'ausilio del calcolatore, i *recovery rates* dalla distribuzione beta e ottenere il valore del prestito in caso di insolvenza come prodotto tra l'ammontare dell'esposizione e il tasso di recupero simulato.

Questo tipo di approccio, sicuramente apprezzabile in quanto tiene conto della stocasticità insita nei tassi di recupero, assume, tuttavia, l'indipendenza tra il *recovery rate* di ogni obbligato e il valore di tutti gli altri strumenti presenti nel portafoglio, mentre è, anche solo intuitivamente, vero il contrario.

1.2 La valutazione del portafoglio

Per pervenire alla distribuzione dei valori del portafoglio crediti al termine dell'orizzonte di rischio, il documento tecnico inizia con l'esame del caso di un portafoglio costituito da un solo prestito; passa, poi, a considerare congiuntamente due crediti e giunge, infine, alla presentazione dell'approccio in simulazione utilizzato per i portafogli realisticamente osservabili nella pratica bancaria, ossia quelli composti da più finanziamenti.

Il caso di un portafoglio costituito da un solo prestito

Per determinare la rischiosità insita in un *bond*⁸ è necessario conoscere, innanzitutto, in quale classe di rating è attualmente inserito il debitore e le probabilità di migrazione del credito verso tutte le possibili classi in cui si articola il sistema di rating adottato, al termine dell'orizzonte temporale prescelto. Tale informazione è contenuta nella matrice di transizione. Come è intuitivo, il prestito sarà caratterizzato da un'elevata probabilità di rimanere nella stessa classe di rischio e da una probabilità di migrazione che si riduce man mano che ci si sposta verso classi che si allontanano da quella di attuale appartenenza. La sola condizione richiesta per l'assegnazione delle probabilità è che la loro somma sia pari a uno, dato che le classi di merito (e l'evento insolvenza) rappresentano tutti i possibili "stati del mondo".

⁸ Tutte le considerazioni svolte d'ora in poi hanno ad oggetto questo tipo di esposizione, ma la metodologia è estensibile senza sostanziali modifiche ad altri tipi di strumenti.

A questo punto si procede alla determinazione del valore del prestito per ciascuna delle classi di rating. Nelle situazioni diverse dal *default* si calcola il valore, al termine dell'orizzonte di rischio, dei flussi di cassa ancora dovuti dal debitore, utilizzando la *forward spread curve* adeguata al suo grado di rischiosità e al tipo di attività da esso svolta, di cui si è detto nella disamina degli input. In caso di insolvenza, invece, il valore del credito sarà costituito semplicemente dal prodotto dell'ammontare prestato per il tasso di recupero specifico del debitore.

Il ventaglio dei possibili valori futuri⁹ e le relative probabilità possono essere sintetizzati in una tabella che rappresenta la distribuzione di probabilità discreta dei valori stessi, la quale verrà utilizzata per il calcolo del valore atteso del credito e delle misure di rischio, sulla cui analisi ci si soffermerà in seguito.

Il caso di un portafoglio composto da due prestiti

In questa situazione, per determinare la rischiosità verso cui si trova esposta la banca, non è sufficiente analizzare i due prestiti indipendentemente l'uno dall'altro nel modo appena descritto, ma occorre valutare la loro rischiosità congiunta. Questo perché, per poter generare una distribuzione dei valori futuri dell'intero portafoglio, bisogna sapere in che misura alle possibili variazioni di valore di ognuno dei due crediti (ossia ai diversi eventi creditizi previsti nella matrice di transizione) tendono ad accompagnarsi analoghe variazioni anche per l'altro. È intuitivo, infatti, che se i due crediti non sono perfettamente correlati, ciò comporterà un effetto positivo di diversificazione del rischio totale. Questo tipo di informazione è contenuta nella matrice delle probabilità di transizione congiunta dei due prestiti, in cui ognuno dei valori situati all'incrocio tra due eventi creditizi rappresenta la probabilità che i due prestiti si trovino, contemporaneamente, tra un anno, in quelle classi di merito. Ancora una volta, vi è una forte probabilità che entrambi i prenditori continuino a rimanere nelle classi in cui si trovano all'inizio dell'orizzonte di rischio. I valori immediatamente più probabili sono associati ai casi in cui uno dei due debitori permane nella classe di partenza, mentre l'altro si sposta su una classe adiacente. I casi di migrazione di entrambi i prenditori sono via via meno probabili. I totali di riga e colonna (le probabilità marginali) esprimono, rispettivamente, le probabilità che il primo o il secondo credito si trovi in un certo stato qualsiasi sia lo stato dell'altro.

In ognuno degli stati descritti dalla matrice di probabilità congiunta¹⁰, il valore del portafoglio è dato semplicemente dalla somma dei valori assunti, volta per volta, dai due crediti.

Nuovamente, ci troveremo di fronte ad una distribuzione di valori futuri del portafoglio, di cui si potrà calcolare valore atteso e misure di rischio quali deviazione standard e differenza tra valore atteso e un dato percentile. In un contesto di portafoglio assumono notevole rilievo anche le misure di rischio marginale.

La stima della matrice di probabilità congiunta presuppone di stimare le correlazioni tra migrazioni di rating dei due prenditori. Sarebbe infatti troppo semplicistico, e soprattutto irrealistico, ipotizzare che le probabilità di transizione dei due prestiti siano indipendenti le une dalle altre¹¹, assumendo quindi un coefficiente di correlazione pari a zero, in quanto i prenditori sono esposti in parte a fattori macroeconomici comuni. Per dar conto di questo aspetto, *CreditMetrics* propone un modello che collega tra loro il valore dell'impresa e il suo merito creditizio.

⁹ Che saranno tanti quanti sono i possibili stati futuri. Ad esempio, se si utilizza il sistema di rating Moody's a 8 stati, si avranno otto valori: uno per ognuno degli stati "vivi" e uno per il caso di insolvenza.

¹⁰ Ancora una volta, se si ipotizza di fare riferimento al sistema di rating Moody's 8 a stati, la matrice di probabilità congiunta sarà di dimensione 64 (8x8), come pure 64 saranno i possibili valori futuri del portafoglio.

¹¹ In tale caso la probabilità congiunta sarebbe semplicemente il prodotto delle probabilità marginali.

Il caso di un portafoglio con più di due prestiti: un approccio in simulazione

Se il portafoglio si compone di due soli prestiti, si è in grado di giungere in via analitica alla distribuzione dei valori futuri. Tuttavia, man mano che la dimensione del portafoglio aumenta, ottenere un tale risultato diventa prima eccessivamente oneroso dal punto di vista computazionale e poi impossibile: si pensi che per un portafoglio con N prestiti ed S classi di merito, ci sono S^N possibili valori futuri. Ad esempio, se i crediti sono cinque e si adotta un sistema di rating ad otto stati, si hanno 32.768 (8^5) situazioni possibili. È chiaro, quindi, che in tali situazioni vengono meno i vantaggi derivanti dalla stima analitica del rischio, cioè la velocità e la precisione nelle stime¹².

Per questi motivi, *CreditMetrics* ricorre ad un approccio di simulazione Monte Carlo, che si articola fondamentalmente in tre passi:

- *Step 1: Generazione degli scenari.* Ogni scenario corrisponde ad un possibile “stato del mondo” al termine dell’orizzonte di rischio. Per i nostri propositi, “stato del mondo” non è altro che il merito creditizio di ognuna delle controparti della banca;
- *Step 2: Valutazione del portafoglio.* Per ogni scenario si determina il valore del portafoglio in modo che rifletta il merito creditizio di ciascun obbligato. Con questo *step* si ottiene la distribuzione dei valori di portafoglio;
- *Step 3: Analisi della distribuzione.* Lo scopo è quello di sintetizzare l’informazione in essa contenuta in misure di rischio significative.

1.3 Il ruolo del modello di Merton in *CreditMetrics*

È opportuno, innanzitutto, ripercorrere le considerazioni che hanno spinto gli autori del documento tecnico a ricorrere al modello di Merton (1974) allo scopo di giungere ad una stima delle probabilità congiunte di migrazione e di *default*:

1. le probabilità congiunte di migrazione e di *default* sono variabili non osservabili;
2. dall’andamento economico di un’impresa è possibile estrarre un’informazione circa la sua affidabilità. È evidente, infatti, che se un’impresa accresce il proprio valore diventerà, a parità di altre condizioni, un debitore più sicuro, mentre in presenza di tassi di crescita negativi si incrementeranno le probabilità di insolvenza e di migrazione verso classi di merito peggiori di quella attuale;
3. il modello di Merton collega tra loro il valore dell’impresa (o, equivalentemente, il suo tasso percentuale di crescita, cioè il suo rendimento) e il suo merito creditizio;
4. i rendimenti dell’attivo sono variabili non osservabili, quindi si usano i rendimenti azionari come variabile *proxy*;
5. si studiano le correlazioni tra i rendimenti azionari delle imprese e, da queste, si estrae un’informazione sulla probabilità congiunta di migrazione e di *default*.

CreditMetrics giunge, quindi, alla stima dei *joint credit rating changes* in modo indiretto, riuscendo, in questo modo, a superare le difficoltà connesse all’ottenimento di una misura diretta di tali variabili.

Ci si riferisce spesso al modello di Merton come al *framework* di valutazione del capitale azionario basato sulla teoria delle opzioni sviluppata da Black e Scholes. Infatti, l’idea fondamentale di Merton può essere esposta considerando un’impresa dalla struttura finanziaria estremamente semplificata, caratterizzata all’attivo da un insieme di attività con

¹² I calcoli in via analitica richiedono poche operazioni e quindi possono essere svolti molto velocemente; inoltre in tali conteggi non viene introdotto nessun errore casuale e quindi le misure di rischio sono pienamente affidabili.

valore V e al passivo da mezzi propri pari a E e da un indebitamento con valore di rimborso B e scadenza T .

Alla scadenza T del debito, si potranno verificare due eventi: o il valore delle attività V_T sarà superiore al valore nominale del debito B , e allora il debito sarà rimborsato e il valore dei mezzi propri sarà dato residualmente da $V_T - B$, oppure, se il valore delle attività sarà inferiore a quello del debito, l'impresa sarà insolvente e il valore dei mezzi propri sarà zero. In termini formali, il valore della componente azionaria sarà dato da:

$$E_T = \text{Max}[V_T - B, 0]$$

È possibile allora riconoscere che il valore dei mezzi propri dell'impresa può essere considerato come un'opzione call sul valore delle attività dell'impresa con prezzo di esercizio pari a B .

Coerentemente con quanto ipotizzato da Black e Scholes, si suppone che il prezzo di mercato del bene sottostante, che nel nostro caso è l'attivo dell'impresa, segua un moto browniano geometrico. Da tale assunzione segue che il tasso di variazione di valore dell'attivo dell'impresa, cioè il suo rendimento, sia distribuito in modo normale, ossia:

$$r \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Guardando il capitale azionario come un'opzione call il cui sottostante è il valore dell'impresa, si è in grado di estrapolare, dall'andamento economico dell'impresa stessa, un giudizio circa le probabilità di insolvenza e di migrazione verso altre classi di merito¹³. È intuitivo, infatti, che la capacità di rimborso di un'impresa sia collegata al suo valore: dalla variazione del valore degli *assets* dell'impresa dipende la probabilità di rimborso del debito e, dunque, anche l'appartenenza dell'impresa stessa ad una certa classe di merito.

In particolare, se un'impresa ricade in una certa classe di rating e il suo valore subisce, nel corso dell'orizzonte temporale prescelto, variazioni di modesta entità, allora è verosimile che al termine di tale orizzonte quella azienda continui ad appartenere alla medesima classe. Se, invece, si manifesta un sensibile aumento di valore, è ragionevole che essa venga inserita nella fascia di merito superiore; specularmente, una marcata variazione negativa può far sì che essa venga declassata in fasce inferiori.

L'idea sviluppata in *CreditMetrics* è quella di ipotizzare che esista una serie di livelli di rendimento dell'attivo (le cosiddette *asset return thresholds*) che, fungendo da soglie, determinano il merito creditizio dell'impresa al termine del periodo considerato.

Se consideriamo un'impresa appartenente alla classe di merito Baa¹⁴, la situazione può essere descritta dal grafico 1.

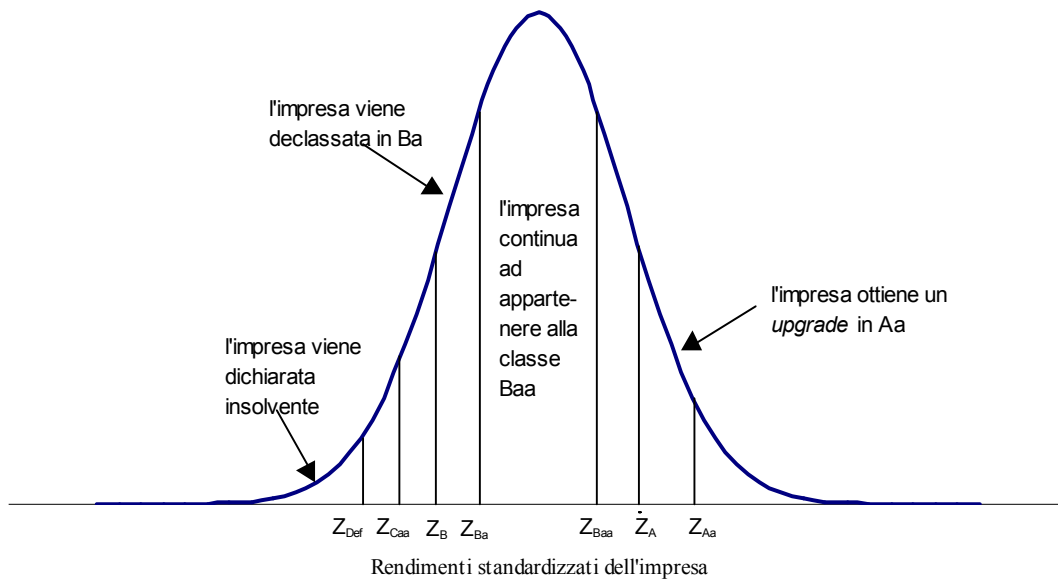
I valori soglia che separano le diverse fasce nella figura vanno scelti in modo che le probabilità degli otto casi (Aaa, Aa, A, Baa, Ba, B, Caa, *Default*) siano quelle previste nella matrice di transizione per un'impresa appartenente alla classe Baa. I tassi di variazione del valore dell'impresa cui si accompagna una modifica nel suo merito creditizio sono, quindi, impliciti nella matrice di transizione, e non sono necessarie ulteriori stime.

¹³ Tale approccio presenta diversi limiti, soprattutto per ciò che concerne l'applicazione al mercato italiano. Innanzitutto, esso ipotizza l'efficienza dal punto di vista informativo del mercato dei capitali e del mercato dei prestiti. Inoltre, l'approccio suppone che vi siano titoli di capitale quotati in tali mercati, cioè che le imprese finanziate siano quotate. Altre critiche al modello di Merton si trovano, ad esempio, in Sobehart e Keenan (1999). Per alcuni adattamenti dei modelli alla Merton allo scopo di renderli applicabili nei mercati continentali si veda la proposta di Banca di Roma in Lugaresi e Oricchio, "I modelli *credit at risk* e il pricing della *securitization*: l'esperienza di Banca di Roma", in Savona e Sironi (a cura di) (2000).

¹⁴ Si sta facendo riferimento al sistema di rating Moody's a 8 stati.

Grafico 1

Distribuzione dei rendimenti dell'impresa con *asset return thresholds*



Si noti che non esiste la soglia Z_{Aaa}^* in quanto un rendimento superiore a Z_{Aa}^* implica un *upgrade* in Aaa.

In particolare, sarà conveniente esprimere i tassi di variazione percentuale del valore dell'impresa in termini standardizzati, in modo tale da ricavare i valori soglia da qualunque tavola della distribuzione di probabilità della normale ed evitando, così, di dover conoscere media e varianza del rendimento r .

Le probabilità di trovarsi in ognuna delle classi di merito considerate, nonché la probabilità di insolvenza sono, come si è detto sopra, fornite dalla matrice di transizione; in altre parole, note le quantità $\Pr\{Default\}$, $\Pr\{Caa\}$, ..., $\Pr\{Aaa\}$, non resta che ottenere le soglie Z_{Def}^* , Z_{Caa}^* , ..., Z_{Aa}^* dall'inversa della funzione di ripartizione della variabile casuale normale standardizzata.

Il calcolo dei valori soglia può essere agevolmente ripetuto per tutte le imprese debitorie, ossia anche per quelle collocate, all'inizio dell'orizzonte di rischio, in classi di merito diverse dalla Baa.

Si è descritta a questo punto la dinamica di ciascun obbligato individualmente considerato, ma ciò che interessa è conoscere l'evoluzione congiunta del merito creditizio di tutti i prestatori. Per fare ciò si ipotizza che la distribuzione congiunta dei rendimenti dell'attivo delle diverse imprese sia una normale multivariata, e non resta che specificare, quindi, le correlazioni tra ogni coppia di aziende. Inoltre, in considerazione del fatto che i rendimenti dell'attivo non sono variabili osservabili, si utilizzano come loro variabile *proxy* i rendimenti azionari.

1.4 La stima delle correlazioni fra i rendimenti

CreditMetrics cerca di modellare il comportamento dei singoli prestatori in termini di dipendenza da uno o più fattori di mercato, detti anche fattori sistematici. Naturalmente i fattori di mercato non spiegano il 100% delle possibili evoluzioni future, dato che una quota

di rischio (il cosiddetto rischio idiosincratco) va comunque ricondotta alle caratteristiche individuali dell'impresa, e non può essere ascritta al suo settore economico o all'area geografica di appartenenza¹⁵. Scomponendo il rendimento azionario delle controparti come somma di una o più componenti connesse all'andamento degli indici di settore/paese e di una componente specifica della singola impresa, si evita di dover stimare la correlazione per ogni possibile coppia all'interno del portafoglio, cosa che, in presenza di un numero elevato di controparti, sarebbe improponibile¹⁶.

Più in particolare, allo scopo di ottenere le correlazioni fra singoli prenditori, il documento tecnico prevede due passi:

- passo 1: utilizzare gli indici di settore/paese per ottenere una matrice delle correlazioni intersettoriali e geografiche;
- passo 2: mappare i singoli obbligati in base alla loro partecipazione ai diversi settori economici e alle diverse aree geografiche.

Utilizzando i pesi ottenuti dal secondo passo e le correlazioni di cui al passo 1 si ottengono le correlazioni tra debitori. Analizziamo le due fasi della procedura.

La matrice delle correlazioni intersettoriali e geografiche

Per ogni indice settore/paese contemplato, si considerano gli ultimi T rendimenti settimanali e si calcolano media e deviazione standard per ognuna delle serie storiche dei rendimenti. Analiticamente, denotando il t -esimo rendimento settimanale del k -esimo indice con $R_t^{(k)}$, il rendimento medio settimanale di tale indice è dato da:

$$\bar{R}^{(k)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t^{(k)} \quad (6)$$

mentre la deviazione standard settimanale dell'indice è:

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_t^{(k)} - \bar{R}^{(k)})^2} \quad (7)$$

Per ogni coppia di indici, la covarianza tra rendimenti settimanali è pari a:

$$COV(k,l) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_t^{(k)} - \bar{R}^{(k)}) (R_t^{(l)} - \bar{R}^{(l)}) \quad (8)$$

e la loro correlazione è:

$$\rho_{k,l} = \frac{COV(k,l)}{\sigma_k \sigma_l} \quad (9)$$

Nel modello di J.P. Morgan, quindi, la stima della matrice delle correlazioni intersettoriali e geografiche avviene sulla base dell'andamento passato degli indici di borsa settoriali delle borse nazionali dei principali paesi. È evidente come questa scelta non consenta di tenere conto dell'andamento di aree geografiche economicamente diverse, ma appartenenti ad un unico mercato nazionale. Bisogna notare, inoltre, che le correlazioni così calcolate si basano su dati storici settimanali e quindi è necessario ipotizzare che le correlazioni settimanali

¹⁵ Il peso del fattore specifico dovrebbe essere tanto maggiore quanto minori sono le dimensioni dell'impresa, in quanto sono le aziende maggiori che tendono naturalmente a guidare l'andamento dei relativi indici settoriali.

¹⁶ Basti pensare che, in un portafoglio di n controparti, occorrerebbe stimare $n(n-1)/2$ coefficienti di correlazione.

fornite dalla banca americana siano coerenti con gli *asset moves* trimestrali o annuali che guidano il modello *CreditMetrics*.

La mappatura dei singoli obbligati

Allo scopo di ottenere una misura dell'interdipendenza tra controparti, nel documento tecnico si suggerisce di assegnare ad ogni obbligato dei pesi in base alla sua appartenenza ai diversi paesi e settori merceologici. Inoltre, bisogna specificare in quale percentuale il suo rendimento azionario dipende da fattori idiosincratici i quali, tra l'altro, si ipotizzano essere indipendenti da quelli di mercato. Si propone, poi, di esprimere i rendimenti per ogni obbligato in termini standardizzati, come una somma pesata dei rendimenti dei fattori di mercato e idiosincratici. Infine, utilizzando le correlazioni intersettoriali e geografiche, si ricavano le correlazioni fra prenditori.

Per meglio comprendere la struttura proposta, si presenta il seguente esempio¹⁷.

Supponiamo di essere interessati a determinare la correlazione esistente tra due prenditori che denominiamo A e B. Occorre fare, innanzitutto, un'ipotesi sul loro grado di dipendenza dai fattori di mercato. Consideriamo dapprima l'impresa A e diciamo che i suoi rendimenti azionari sono spiegati per il 90% dai rendimenti del settore finanziario negli USA e per la parte restante da fattori idiosincratici.

Dire che i rendimenti di A sono spiegati per il 90% dal fattore di mercato significa affermare che il 90% della volatilità del rendimento di A è spiegato dal fattore sistematico o, in altre parole, che il rapporto tra la volatilità del fattore sistematico e quella totale è pari a 0,9. In termini analitici, ipotizziamo che la struttura dei rendimenti non standardizzati di A possa essere rappresentata dalla seguente equazione:

$$r_A = x_A + y_A \quad (10)$$

dove:

r_A = rendimento azionario, con $r_A \sim N(\mu_{r,A}, \sigma^2_{r,A})$,

x_A = rendimento del fattore di mercato (nell'esempio, settore finanziario negli USA), con $x_A \sim N(\mu_{x,A}, \sigma^2_{x,A})$,

y_A = rendimento del fattore idiosincratico, con $y_A \sim N(\mu_{y,A}, \sigma^2_{y,A})$.

Sotto l'ipotesi di indipendenza tra fattore di mercato e idiosincratico, si ha che:

$$\sigma^2_{r,A} = \sigma^2_{x,A} + \sigma^2_{y,A} \quad (11)$$

cioè:

$$1 = \frac{\sigma^2_{x,A}}{\sigma^2_{r,A}} + \frac{\sigma^2_{y,A}}{\sigma^2_{r,A}} \quad (12)$$

L'ipotesi sulla struttura dei rendimenti dell'impresa A si può tradurre formalmente nel modo seguente:

$$\frac{\sigma_{x,A}}{\sigma_{r,A}} = 0,9 \quad (13)$$

¹⁷ Cfr. J.P. Morgan (1997), pp. 98 e segg.

da cui si ricava immediatamente la parte della volatilità del rendimento azionario dell'impresa che è spiegata dal fattore idiosincratico, $\frac{\sigma_{y,A}}{\sigma_{r,A}}$:

$$\frac{\sigma_{y,A}^2}{\sigma_{r,A}^2} = 1 - \frac{\sigma_{x,A}^2}{\sigma_{r,A}^2} = 1 - 0,9^2 = 0,19, \quad (14)$$

quindi:

$$\frac{\sigma_{y,A}}{\sigma_{r,A}} = 0,44 \quad (15)$$

Si può agevolmente dimostrare che $\sigma_{x,A}/\sigma_{r,A}$ e $\sigma_{y,A}/\sigma_{r,A}$ sono i pesi standardizzati nella relazione:

$$\bar{r}_A = \omega_{1,A}\bar{x}_A + \omega_{2,A}\bar{y}_A \quad (16)$$

dove:

$$\bar{r}_A \sim N(0,1), \quad \bar{x}_A \sim N(0,1), \quad \bar{y}_A \sim N(0,1)$$

Infatti:

$$\bar{x}_A = \frac{x_A - \mu_{x,A}}{\sigma_{x,A}} \quad (17)$$

$$\bar{y}_A = \frac{y_A - \mu_{y,A}}{\sigma_{y,A}} \quad (18)$$

$$\bar{r}_A = \frac{r_A - \mu_{r,A}}{\sigma_{r,A}} = \frac{(x_A + y_A) - (\mu_{x,A} + \mu_{y,A})}{\sqrt{\sigma_{x,A}^2 + \sigma_{y,A}^2}} = \omega_{1,A} \frac{x_A - \mu_{x,A}}{\sigma_{x,A}} + \omega_{2,A} \frac{y_A - \mu_{y,A}}{\sigma_{y,A}}, \quad (19)$$

per trovare i pesi standardizzati è sufficiente osservare che valgono le seguenti uguaglianze:

$$\omega_{1,A} \frac{x_A - \mu_{x,A}}{\sigma_{x,A}} = \frac{x_A - \mu_{x,A}}{\sqrt{\sigma_{x,A}^2 + \sigma_{y,A}^2}} \quad (20)$$

$$\omega_{2,A} \frac{y_A - \mu_{y,A}}{\sigma_{y,A}} = \frac{y_A - \mu_{y,A}}{\sqrt{\sigma_{x,A}^2 + \sigma_{y,A}^2}} \quad (21)$$

da cui è immediato trovare:

$$\omega_{1,A} = \frac{\sigma_{x,A}}{\sqrt{\sigma_{x,A}^2 + \sigma_{y,A}^2}} \quad \omega_{2,A} = \frac{\sigma_{y,A}}{\sqrt{\sigma_{x,A}^2 + \sigma_{y,A}^2}} \quad (22)$$

Come si può agevolmente verificare, i pesi così determinati soddisfano la condizione

$$\sigma_{\bar{r},A} = \sqrt{\omega^2_{1,A} + \omega^2_{2,A}} = 1 \quad (23)$$

Passiamo adesso all'impresa B e supponiamo che i suoi rendimenti azionari siano spiegati per il 75% dai rendimenti del settore chimico in Australia e per il 25% dall'andamento del settore farmaceutico australiano. Ipotizziamo che questi due fattori di mercato spieghino l'80% della variabilità dei profitti dell'impresa B, mentre la parte restante della variabilità sia dovuta a fattori idiosincratici.

Per questa impresa la struttura dei rendimenti non standardizzati può essere rappresentata, come per l'impresa A, nel seguente modo:

$$r_B = x_B + y_B \quad (24)$$

e si ipotizza:

$$x_B \sim N(\mu_{x,B}, \sigma^2_{x,B}), \quad (25)$$

$$y_B \sim N(\mu_{y,B}, \sigma^2_{y,B}), \quad (26)$$

$$r_B \sim N(\mu_{r,B}, \sigma^2_{r,B}), \quad \mu_{r,B} = \mu_{x,B} + \mu_{y,B}, \quad \sigma^2_{r,B} = \sigma^2_{x,B} + \sigma^2_{y,B}, \quad \text{in ipotesi di indipendenza tra } x_B \text{ e } y_B \quad (27)$$

In questo caso, $x_B = 0,75x_{1,B} + 0,25x_{2,B}$, dove $x_{1,B}$ e $x_{2,B}$ sono, rispettivamente, il rendimento del settore chimico e di quello farmaceutico australiani. Naturalmente, l'ipotesi sottostante è che:

$$x_{1,B} \sim N(\mu_{x_{1,B}}, \sigma^2_{x_{1,B}}); \quad (28)$$

$$x_{2,B} \sim N(\mu_{x_{2,B}}, \sigma^2_{x_{2,B}}); \quad (29)$$

La volatilità del rendimento sistematico sarà quindi data da:

$$\sigma_B = \sqrt{0,75^2 \cdot \sigma^2_{x_{1,B}} + 0,25^2 \cdot \sigma^2_{x_{2,B}} + 2 \cdot 0,75 \cdot 0,25 \cdot \rho(x_{1,B}, x_{2,B}) \cdot \sigma_{x_{1,B}} \cdot \sigma_{x_{2,B}}} \quad (30)$$

dove $\rho(x_{1,B}, x_{2,B})$ esprime la correlazione tra $x_{1,B}$ e $x_{2,B}$.

Per la determinazione dei pesi standardizzati dei fattori di mercato non resta che scalare i pesi non standardizzati in modo tale da far sì che il rapporto tra volatilità dei fattori sistematici e volatilità totale, cioè $\frac{\sigma_B}{\sigma_{r,B}}$, sia pari a 0,8.

Più precisamente, il modello standardizzato è il seguente:

$$\bar{r}_B = \omega_{1,B}\bar{x}_B + \omega_{2,B}\bar{y}_B \quad (31)$$

e le quantità implicate nell'uguaglianza possono, a loro volta, essere espresse come segue:

$$\begin{aligned} \bar{r}_B &= \frac{r_B - \mu_{r,B}}{\sigma_{r,B}} = \frac{x_B + y_B - \mu_{x,B} - \mu_{y,B}}{\sigma_{r,B}} = \frac{x_B - \mu_{x,B}}{\sigma_{r,B}} + \frac{y_B - \mu_{y,B}}{\sigma_{r,B}} = \\ &= \frac{0,75(x_{1,B} - \mu_{x_{1,B}})}{\sigma_{r,B}} + \frac{0,25(x_{2,B} - \mu_{x_{2,B}})}{\sigma_{r,B}} + \frac{y_B - \mu_{y,B}}{\sigma_{r,B}}; \end{aligned} \quad (32)$$

$$\omega_{1,B} = 0,8; \quad (33)$$

$$\bar{x}_B = \frac{x_B - \mu_{x,B}}{\sigma_B} = \frac{0,75(x_{1,B} - \mu_{x_{1,B}})}{\sigma_B} + \frac{0,25(x_{2,B} - \mu_{x_{2,B}})}{\sigma_B}; \quad (34)$$

$$\omega_{1,B}\bar{x}_B = \omega_{11,B}\bar{x}_{1,B} + \omega_{12,B}\bar{x}_{2,B}; \quad (35)$$

$$\bar{y}_B = \frac{y_B - \mu_{y,B}}{\sigma_{y,B}}. \quad (36)$$

Poiché vale la seguente uguaglianza:

$$\omega_{1,B}\bar{x}_B + \omega_{2,B}\bar{y}_B = \omega_{11,B}\bar{x}_{1,B} + \omega_{12,B}\bar{x}_{2,B} + \omega_{2,B}\bar{y}_B \quad (37)$$

cioè:

$$0,8 \cdot 0,75 \cdot \frac{x_{1,B} - \mu_{x_{1,B}}}{\sigma_B} + 0,8 \cdot 0,25 \cdot \frac{x_{2,B} - \mu_{x_{2,B}}}{\sigma_B} = \omega_{11,B} \frac{x_{1,B} - \mu_{x_{1,B}}}{\sigma_{x_{1,B}}} + \omega_{12,B} \frac{x_{2,B} - \mu_{x_{2,B}}}{\sigma_{x_{2,B}}} \quad (38)$$

Si ha che:

$$\omega_{11,B} = 0,8 \cdot \frac{0,75 \cdot \sigma_{x_{1,B}}}{\sigma_B} = 0,74 \quad \omega_{12,B} = 0,8 \cdot \frac{0,25 \cdot \sigma_{x_{2,B}}}{\sigma_B} = 0,15. \quad (39)$$

Il peso standardizzato della componente idiosincratca, invece, è pari a:

$$\omega_{2,B} = \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6 \quad (40)$$

In sintesi, la struttura dei rendimenti standardizzati delle due imprese può essere rappresentata nel modo seguente:

$$\bar{r}_A = 0,9\bar{x}_A + 0,44\bar{y}_A \quad (41)$$

$$\bar{r}_B = 0,74\bar{x}_{1,B} + 0,15\bar{x}_{2,B} + 0,6\bar{y}_B. \quad (42)$$

Il calcolo della correlazione tra i rendimenti delle due imprese può ora essere svolto agevolmente utilizzando le ordinarie regole statistiche e i valori delle correlazioni intersettoriali ottenuti nel passo 1, ricordando che, per ipotesi, i fattori idiosincratci sono indipendenti e quindi incorrelati con qualsiasi altro termine:

$$\rho_{A,B} = \omega_{1,A} \cdot \omega_{1,B} \rho(USFin, AustrChim) + \omega_{1,A} \cdot \omega_{2,B} \rho(USFin, AustrFarm) \quad (43)$$

$$\rho_{A,B} = 0,9 \cdot 0,74 \rho(USFin, AustrChim) + 0,9 \cdot 0,15 \rho(USFin, AustrFarm). \quad (44)$$

La determinazione dei pesi standardizzati può descriversi con la seguente generalizzazione.

Si consideri un'impresa i cui rendimenti azionari siano spiegati per l' $\alpha\%$ da fattori sistematici e per la parte restante da fattori idiosincratci. Si ipotizzi inoltre che l'impresa sia mappata in m settori con quote pari a $\hat{\omega}_1, \hat{\omega}_2, \dots, \hat{\omega}_m$. Occorre innanzitutto calcolare la volatilità del "macro" fattore di mercato:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^m \hat{\omega}_i \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \hat{\omega}_i \hat{\omega}_j \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j} . \quad (45)$$

Dopodiché bisogna scalare i pesi di ogni indice in modo tale che i fattori di mercato pesino solamente per l' α % della volatilità complessiva:

$$\omega_1 = \alpha \cdot \frac{\hat{\omega}_1 \sigma_1}{\sigma} \quad \omega_2 = \alpha \cdot \frac{\hat{\omega}_2 \sigma_2}{\sigma} \quad \dots \quad \omega_m = \alpha \cdot \frac{\hat{\omega}_m \sigma_m}{\sigma} . \quad (46)$$

Infine si calcola il peso della componente idiosincratICA come $\sqrt{1-\alpha^2}$.

Si può dare una rappresentazione in forma matriciale delle correlazioni fra prenditori, in modo tale da estendere agevolmente la procedura fin qui descritta al caso di un portafoglio composto da più di due prestiti.

Si supponga, a tal fine, di considerare un portafoglio di n imprese con pesi standardizzati su m indici e di voler determinare le correlazioni fra queste aziende. Sia C la matrice $m \times m$ delle correlazioni intersettoriali e geografiche ottenuta dal passo 1. Siccome i pesi standardizzati sono relativi sia a fattori sistematici che a fattori di mercato, è necessario creare una matrice delle correlazioni, che denotiamo con \bar{C} e che è di dimensione $(m+n) \times (m+n)$, comprendente entrambe le categorie di fattori. Analiticamente, la struttura di \bar{C} è la seguente:

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix}$$

La matrice identità, di ordine $n \times n$, riflette il fatto che ogni fattore idiosincratICO ha correlazione uno con sé stesso e correlazione nulla con i fattori idiosincratICI delle altre imprese. Le due sottomatrici sulla diagonale secondaria sono nulle per l'ipotesi di indipendenza del fattore idiosincratICO di ciascuna impresa dai fattori di mercato della medesima impresa.

Si costruisce quindi la matrice dei pesi W , di dimensione $(m+n) \times n$, in cui ogni colonna rappresenta una diversa impresa ed ogni riga i pesi standardizzati relativi ai fattori sistematici e al fattore idiosincratICO per quella impresa. In altre parole, nella k -esima colonna di W i primi m elementi sono i pesi dei fattori di mercato dell'impresa k -esima e l'elemento $m+k$ è il peso della componente idiosincratICA; i rimanenti elementi saranno nulli.

Infine, la matrice $n \times n$ che fornisce le correlazioni tra ogni coppia di prenditori presenti nel portafoglio è data da $W' \bar{C} W$.

1.5 Le misure di rischio

Una volta ottenuta la distribuzione dei valori futuri del portafoglio, la parte conclusiva di *CreditMetrics* prevede di sintetizzare tutta l'informazione contenuta nella distribuzione in significative misure di rischio.

Il modello consente di calcolare gli indicatori di rischio più diffusi nella letteratura sul rischio di credito: deviazione standard, percentili e VaR.

La deviazione standard

La deviazione standard è una misura della dispersione dei valori del portafoglio attorno al suo valore medio: maggiore è la dispersione attorno alla media, maggiore è la deviazione standard e, quindi, maggiore è il rischio. Nella letteratura sul rischio di credito si fa ampio

riferimento a tale misura di dispersione. Tuttavia, essa è adatta ad individuare la volatilità di fenomeni rappresentabili da una distribuzione simmetrica, in cui la probabilità che la variabile assuma valori superiori di un certo livello rispetto alla media è uguale alla probabilità che tale variabile risulti inferiore dello stesso livello rispetto alla media.

Quindi, l'utilizzo della deviazione standard è assolutamente inadeguato a fornire una rappresentazione sintetica di una distribuzione fortemente asimmetrica quale è quella dei valori di portafoglio, contraddistinta, invece, da valori inferiori alla media molto piccoli e da valori superiori alla media ad essa assai vicini. Infatti, qualsiasi intervallo di confidenza che faccia riferimento a questo indicatore da un lato sovrastima i possibili guadagni e, dall'altro, sottostima i rischi di perdita.

I percentili

Per superare le difficoltà connesse all'utilizzo della deviazione standard, conviene fare ricorso ad un indice di rischio ampiamente usato in tutti i modelli VaR, dato dai valori percentili.

Come noto, il generico x -esimo percentile è il valore che, in una distribuzione ordinata in senso ascendente, lascia prima di sé una quota di osservazioni almeno pari all' $x\%$. Ad esempio, il primo percentile è il valore che isola l'1% dei casi più sfavorevoli, lasciando sopra di sé il restante 99% della distribuzione. Ne segue che, nel 99% dei casi, il credito non potrà valere meno del primo percentile.

La scelta di un percentile piuttosto che di un altro è assolutamente arbitraria e dipende dalle decisioni del *management*. In genere, comunque, va diffondendosi l'utilizzo del quinto e del primo percentile, nonché del quantile al 99,9% di confidenza.

Il Credit-VaR

Il calcolo dei valori percentili è un presupposto per poter procedere alla determinazione della misura di rischio nata per la gestione dei rischi di mercato e, da qualche tempo, applicata anche nei modelli per il controllo del rischio di credito: il Valore a Rischio (VaR).

Le motivazioni che hanno portato alla diffusione del VaR anche per i rischi di credito risiedono principalmente nelle esigenze di carattere organizzativo e strategico di ciascuna azienda di credito. Ogni banca, infatti, deve essere in grado di ricondurre ad unità la dimensione di rischio nei diversi segmenti di operatività (mercato e credito). Si rende quindi necessario ricercare, nella gestione del rischio di credito, una coerenza con gli altri sistemi gestionali relativi alla misurazione del rischio, allo scopo di ricondurre diversi fenomeni ad un'unica unità di misura.

In *CreditMetrics*, il Valore a Rischio è pari alla differenza tra il valore atteso della distribuzione dei valori di portafoglio e un dato percentile, e rappresenta, quindi, la diminuzione massima, ad un certo livello di confidenza, che il valore di mercato del portafoglio potrebbe subire come conseguenza del deterioramento del merito creditizio delle controparti. È evidente che, più basso è il percentile prescelto, più alto sarà, a parità di altre condizioni, l'ammontare di capitale a rischio; per questo motivo è buona norma indicare sempre il livello di confidenza selezionato.

Le misure di rischio marginale

In un contesto di portafoglio assumono particolare importanza le misure di rischio marginale, che segnalano il contributo di ciascun finanziamento alla rischiosità complessiva del portafoglio. In generale, la statistica marginale di un prestito può essere definita come la differenza tra il valore della statistica per l'intero portafoglio e lo stesso valore per un portafoglio che non include il prestito in questione. La differenza tra la statistica marginale e quella *stand-alone* dà un'idea dei benefici della diversificazione del portafoglio, aspetto che ciascun istituto di credito valuta nel momento in cui si trova a decidere se concedere o meno un finanziamento, cioè se includere o meno una nuova posizione nel proprio portafoglio prestiti.

È interessante rilevare che le misure di rischio marginale consentono di dare riscontro quantitativo di un fenomeno largamente condiviso dai manager bancari, cioè che il rischio di una nuova posizione dipende dalla natura e dalle caratteristiche delle posizioni già in essere, e che un prestito troppo rischioso per una banca può risultare accettabile per un'altra.

La statistica marginale più diffusa è il VaR marginale. Il VaR marginale di una posizione è calcolato come l'incremento nel VaR complessivo derivante dall'aggiunta di tale posizione al resto del portafoglio. Questa misura di rischio è di fondamentale importanza come supporto alle decisioni di *pricing* della banca e nella determinazione delle possibili politiche di ridefinizione della composizione del portafoglio crediti nel suo complesso.

In generale, occorre rilevare che il rischio marginale tende a crescere con la classe di rischio dei crediti, anche se le due grandezze non sono perfettamente correlate. Ciò è dovuto al fatto che il rischio marginale è una misura più accurata della rischiosità di un titolo, in quanto tiene conto non solo delle sue probabilità di insolvenza, ma anche della durata e del grado di correlazione della singola posizione con le altre presenti nel portafoglio prestiti della banca. Può quindi accadere che un prestito inserito nella classe di merito B presenti un livello di rischio marginale uguale a quello di uno collocato nella fascia Caa a causa della sua elevata correlazione con altri prestiti molto rischiosi e indipendentemente, quindi, dalle sue caratteristiche individuali. Alternativamente, un'esposizione di fascia Aa potrebbe essere parificata, dal punto di vista del contributo alla rischiosità del portafoglio, ad una posizione di classe inferiore, qualora fosse di elevate dimensioni.

2 LE ANALISI DI SENSITIVITÀ

L'applicazione di *CreditMetrics*, della quale ci accingiamo a descrivere i risultati, è stata effettuata su un portafoglio prestiti il cui *database* è stato fornito dalla Risk Management Unit della Banca Commerciale Italiana¹⁸.

Questo istituto di credito è l'unico in Italia ad aver adottato integralmente il modello di J.P. Morgan per la stima del VaR associato al rischio di credito. Infatti, le altre banche nazionali che, fino ad ora, si sono dotate di una metodologia quantitativa per la misurazione di questa componente di rischio¹⁹, hanno sviluppato modelli *in-house*. Questi, se da un lato sono caratterizzati da molti elementi di originalità, dall'altro fanno proprie alcune delle soluzioni proposte dai modelli VaR pubblicamente disponibili, quali *CreditRisk*⁺ (Resti, 2000), *Credit Portfolio View* (Wilson, 1997) e lo stesso *CreditMetrics*²⁰.

I responsabili dell'Ufficio Risk Management della Banca Commerciale Italiana, pur condividendo i dubbi sollevati circa la concreta applicabilità di *CreditMetrics* al contesto bancario italiano²¹, hanno ritenuto opportuno investire in questa direzione. Tale decisione è stata presa alla luce sia della particolare composizione del portafoglio prestiti che caratterizza la banca (fortemente internazionalizzato e con ampia presenza di clientela *corporate* di maggiori dimensioni), sia della convinzione che anche i mercati dell'Europa continentale – e tra essi l'Italia – tenderanno nei prossimi anni a sviluppare caratteristiche tipiche, oggi, del contesto anglosassone. La scelta della metodologia *CreditMetrics* deriva, inoltre, dalla

¹⁸ Dopo la recente fusione con Banca Intesa, Banca Commerciale Italiana è ora IntesaBCI.

¹⁹ Si tratta di Banca Intesa, Banca di Roma, San Paolo IMI e Unicredito Italiano.

²⁰ Per una disamina approfondita dello stato dell'arte dei modelli di *credit risk management* nel sistema bancario italiano si veda Pomante, "Un'analisi comparata dei modelli di rischio di credito delle principali banche italiane", in Savona e Sironi (a cura di) (2000).

²¹ Le perplessità riguardano principalmente l'assenza di un mercato di *corporate bond* da cui trarre le informazioni relative ai tassi di migrazione e agli spread rispetto ai rendimenti dei titoli *risk-free*.

possibilità di considerare come evento creditizio anche il deterioramento del merito creditizio dell'affidato, piuttosto che limitarsi, quindi, a valutare il solo evento insolvenza²².

Mentre, presso la Banca Commerciale Italiana, è entrata a regime la produzione di una reportistica riguardante la misurazione del Credit-VaR per la rete estera²³, la fase di implementazione per il calcolo giornaliero delle perdite su crediti dei diversi portafogli della rete Italia è prevista per i prossimi mesi. La scelta di cominciare dalle filiali estere è stata condizionata dalle fonti informative disponibili: solo la rete estera possiede infatti, al momento, un sistema di classificazione delle controparti che consente, attraverso l'associazione alle classi di rating di Moody's, di derivare gli input richiesti dal modello quali i tassi di insolvenza, le matrici di transizione, i tassi di recupero e le strutture a termine degli spread creditizi. Per i prossimi mesi, comunque, J.P. Morgan ha previsto di mettere a disposizione un *database* più ampio che non copra, quindi, il solo mercato statunitense, destinato agli utenti del software CreditManagerTM²⁴. Fino a quel momento la stessa banca americana, consapevole che l'analisi del rischio di credito, per un portafoglio prestiti o titoli obbligazionari nazionali, richiede un *database* consistente di informazioni oggi non disponibile, propone di adottare alcune ipotesi semplificatrici molto forti, sintetizzabili nel suggerimento dell'uso dei dati del mercato americano a tutto il portafoglio italiano.

I risultati che verranno presentati si riferiscono all'applicazione di *CreditMetrics* ad un portafoglio campione che denominiamo "Test", effettuata mediante l'implementazione in linguaggio Gauss del modello *CreditMetrics*. Inoltre, si presenteranno gli esiti delle prove di sensibilità condotte, sempre sul portafoglio Test, al fine di valutare l'impatto sulle misure di rischio comunemente utilizzate (deviazione standard ma soprattutto VaR a livello di portafoglio e marginale) di variazioni nel peso della componente idiosincratICA del rischio di credito, nella mappatura degli obbligati nei diversi paesi e settori economici e, infine, nel numero delle simulazioni che consentono di giungere alla distribuzione dei valori di portafoglio. I risultati mostrano la necessità di non limitarsi all'adozione delle regole semplificatrici, per la mappatura degli obbligati, che gli autori del modello suggeriscono di seguire nella fase di *start-up* di implementazione. Come scelta preliminare, infatti, J.P. Morgan propone di assegnare peso 100 al settore di appartenenza della controparte e peso 100 al paese in cui essa è domiciliata. Proprio i segnali che sono emersi dalle analisi compiute rappresentano il punto di partenza per nuovi spunti di ricerca volti all'individuazione di metodologie statistiche, che potranno sostituire i criteri soggettivi indicati da J.P. Morgan. Prima di procedere all'esposizione dei risultati, si ritiene opportuno descrivere le caratteristiche del portafoglio oggetto di analisi.

2.1 Il case-study

Il portafoglio esaminato è composto da 88 *legal entities*, per la maggior parte *corporate*. Esso, coerentemente con quanto richiesto dal software CreditManager 2.5TM, è suddiviso in due segmenti: controparti ed esposizioni. Nel primo sono indicati il nome, il rating degli obbligati e le informazioni necessarie per il calcolo delle correlazioni, quali il *total asset*, l'*obligor specific risk* e i pesi per gli indici settoriali e geografici. Nel secondo vengono precisate le caratteristiche delle esposizioni: il tipo e l'ammontare del finanziamento, la valuta in cui esso è denominato, la scadenza, il tasso d'interesse, la *customer spread curve* da

²² Cfr. Maccarinelli e Sironi, "Credit Risk Management in BCI: evidenza empirica da un'implementazione a la *CreditMetrics*", in Savona e Sironi (a cura di) (2000).

²³ Cfr., ad esempio, Banca Commerciale Italiana (2000), *report* riferito alla filiale di New York.

²⁴ CreditManagerTM è il software per il calcolo del rischio di credito distribuito da J.P. Morgan ai suoi clienti che implementa il modello *CreditMetrics*.

utilizzare per l'attualizzazione dei flussi di cassa, nonché le informazioni sulla *seniority class* cui appartiene ogni prestito.

Il portafoglio in questione è caratterizzato da una corrispondenza biunivoca tra controparti ed esposizioni, cioè ad ogni obbligato corrisponde una ed una sola esposizione. Questo aspetto, nonché le limitate dimensioni del portafoglio stesso, lo rendono particolarmente facile da gestire ed idoneo, di conseguenza, per le analisi di sensitività di cui si è detto in precedenza.

Le controparti

I Rating: La maggior parte delle imprese sono mappate con Moody's, mentre le rimanenti vengono valutate col rating di Standard & Poor's. In entrambi i casi è adoperato il sistema di rating ad 8 stati²⁵. Ciò consente di passare agevolmente dal rating di un'agenzia a quello dell'altra mediante le scale di uniformazione pubblicate periodicamente. Nella tabella 1 si riporta la corrispondenza tra i simboli usati dalle due agenzie per classificare i rating degli emittenti e quelli delle emissioni ed inoltre viene data una sintetica descrizione del significato dei simboli stessi.

Da parte nostra, si è preferito esprimere i rating delle controparti con una sola mappatura, convertendo le classi di rating di Standard & Poor's nelle corrispondenti classi di Moody's e di fare riferimento solo a quest'ultima per le nostre analisi.

La qualità del portafoglio è mediamente buona: delle 9 imprese mappate con Standard & Poor's, 2 appartengono alla classe di rating AA, 5 alla classe A, una alla classe BBB e una alla B. Le restanti 79 imprese, mappate invece secondo Moody's, sono così ripartite tra le varie classi: 4 Aaa, 26 Aa, 26 A, 12 Baa, 7 Ba, 3 B, una Caa. Per quanto concerne, invece, la composizione del nozionale del portafoglio per classe di rating, si rileva che esso è concentrato nelle categorie più elevate: più del 78% del valore nominale complessivo del portafoglio riguarda infatti prestiti appartenenti alle classi Aaa, Aa ed A.

Tab. 1: Simboli di rating e loro significato

Moody's	Standard & Poor's	Significato
Aaa	AAA	Eccezionale solidità finanziaria. Anche se il merito di credito dell'emittente potrebbe cambiare, le variazioni prevedibili non dovrebbero pregiudicare l'ottima posizione dei fondamentali.
Aa	AA	Ottima solidità finanziaria. Assieme ai gradi Aaa e AAA questi gruppi rappresentano gli emittenti di "alto livello". Sono valutati ad un gradino inferiore ai soggetti Aaa e AAA perché i rischi di lungo termine appaiono marginalmente superiori.
A	A	Buona solidità finanziaria, ma possono essere presenti elementi che indicano una certa debolezza di fronte ad eventuali difficoltà future.
Baa	BBB	Sufficiente solidità finanziaria, tuttavia alcuni elementi di protezione possono essere carenti oppure inaffidabili nel lungo periodo.
Ba	BB	Dubbia solidità finanziaria. Spesso la capacità di tali soggetti a far fronte ai propri obblighi è relativa ed offre scarse garanzie in futuro.
B	B	Scarsa solidità finanziaria. Le capacità di rimborso dei debiti a lungo termine sono minime.
Caa	C	Scarsissima solidità finanziaria. Si tratta di soggetti già inadempienti o per i quali la puntualità dei rimborsi è a rischio.

²⁵ Sette stadi "vivi" più il *default*.

Il Total Asset e l'Obligor Specific Risk: Le imprese incluse nel portafoglio Test sono tutte quotate, ed è quindi stato possibile reperire con facilità l'informazione sul *total asset*, necessaria per la determinazione dell'*obligor specific risk* (OSR). Il ricorso al *total asset* per la stima della frazione della volatilità dei rendimenti dell'impresa riconducibile a fattori idiosincratici, deriva dalla constatazione che il peso del fattore specifico dovrebbe essere tanto maggiore quanto minori sono le dimensioni dell'impresa, in quanto sono le aziende di maggiori dimensioni che tendono a guidare l'andamento dei relativi indici settoriali. In sostanza, la volatilità specifica è inversamente proporzionale alla dimensione dell'azienda: le compagnie con una maggiore dimensione hanno una minore volatilità specifica e risultano correlate in misura maggiore con l'andamento dei mercati. Per attribuire ad ogni *legal entity* una percentuale che rappresenti la quota di rischio specifico, J.P. Morgan ha scelto come elemento guida la capitalizzazione dell'impresa ed ha condotto uno studio finalizzato alla stima dell'*obligor specific risk* sulla base della sua relazione con il *total asset* dell'impresa²⁶. La ricerca effettuata ha portato alla specificazione di una formula che viene applicata automaticamente dal software CreditManagerTM.

Tale formula, che consente di superare le difficoltà insite nella determinazione dell'OSR, richiede la conoscenza dell'informazione sul *total asset*. La reperibilità di tale dato non crea problemi per le controparti quotate, mentre diventa molto costosa per le società non quotate, in quanto richiede la consultazione dei bilanci disponibili su *database* pubblici. La quotazione non è, come noto, una caratteristica che contraddistingue le imprese italiane, che solo in minima parte si rivolgono direttamente al mercato dei capitali. Inoltre, i bilanci delle piccole imprese sono spesso poco rappresentativi dell'effettiva situazione patrimoniale e finanziaria delle aziende, in quanto sono inficiati dall'applicazione della regolamentazione fiscale. Tutto ciò diventa, quindi, di primaria importanza nell'applicazione di *CreditMetrics* alle filiali nazionali di qualsiasi istituto di credito che intendesse utilizzare il modello quale strumento sovrano per la misurazione del VaR associato al rischio di credito. La Banca Commerciale Italiana si è trovata, quindi, di fronte ad un *trade off* tra accuratezza delle stime e facilità di implementazione, e in mancanza di quotazione ha deciso di affidarsi, almeno nella fase iniziale del progetto, a criteri soggettivi. Ad esempio, ha ipotizzato che le imprese delle quali non conosce il *total asset* fossero tutte di piccole dimensioni - ponendo in questo caso un OSR molto elevato o addirittura pari al 100%²⁷ -, oppure ha seguito il suggerimento di J.P. Morgan di fissare la percentuale di volatilità dei rendimenti spiegata dal fattore idiosincratico pari al 40%. Una soluzione alternativa potrebbe essere quella di calcolare l'OSR sostituendo il *total asset* con una stima del valore teorico di cessione dell'impresa, calcolata dai periti ai quali ci si rivolge in caso di acquisizione, fusione e scissione di azienda. Tuttavia, tali consulenze esterne hanno un costo rilevante, ed ogni banca deve valutare se si tratta di un onere che vale la pena sostenere o se la perdita di precisione che inevitabilmente si ha nel ricorrere a criteri soggettivi è circoscritta a livelli accettabili.

Per misurare la sensibilità degli output del modello alle diverse percentuali di OSR, si sono eseguiti dei test, i cui risultati sono esposti nel paragrafo 2.2.

La mappatura degli obbligati: Come si è descritto in precedenza, per la determinazione delle correlazioni fra prenditori nel modello *CreditMetrics* viene resa disponibile una matrice di correlazioni intersettoriali e geografiche stimata sulla base degli indici di borsa settoriali delle principali borse. Successivamente, ad ogni *legal entity* vengono associati dei pesi sulla base del domicilio di appartenenza e in relazione ai paesi e settori industriali in cui opera la compagnia.

²⁶ I risultati di tale studio sono descritti in *CreditMetrics Correlation Methodology Paper*, disponibile presso il RMG CreditMetrics Team.

²⁷ Si evidenzia però che, assumendo alti livelli di rischio idiosincratico, i valori di volatilità del portafoglio che si ottengono sono molto bassi.

CreditManager 2.5TM richiede, quindi, l'informazione sulle caratteristiche geografiche e settoriali di ogni impresa allo scopo di derivare, in via indiretta, le correlazioni fra debitori. La struttura del software consente di mappare ciascun obbligato (al massimo) in tre settori economici e (al massimo) in tre paesi o aree geografiche.

Il portafoglio su cui si è lavorato rappresenta l'unico portafoglio campione fornito da J.P. Morgan ai suoi clienti in cui, nella mappatura degli obbligati, non si adotta l'ipotesi semplificatrice che consiste nell'attribuire peso 100 al settore principale nel quale opera la controparte e peso 100 al paese di provenienza della stessa²⁸. Anche la Banca Commerciale Italiana ha scelto, nella fase iniziale, di specificare la mappatura sulla base di questa semplice regola, rimandando ad uno stadio successivo un'analisi più approfondita.

Come suggeriscono gli autori del modello, la scelta dei pesi può essere effettuata mediante:

- criteri soggettivi: in tal caso si procede alla mappatura sulla base delle conoscenze della banca relative alle caratteristiche dell'obbligato;
- *statistical method*: i pesi sono determinati in modo oggettivo dopo un'accurata analisi della relazione esistente tra i rendimenti azionari di ciascun debitore e i rendimenti degli indici azionari relativi ai diversi settori e paesi. Tale metodologia è stata sviluppata da J.P. Morgan;
- *fundamental method*: l'attribuzione dei pesi si basa sulla valutazione della *business activity* dell'impresa quale risulta dal bilancio d'esercizio e da altri documenti contabili. Questa metodologia è stata prodotta da Dow Jones, Inc.

Al fine di verificare l'ipotesi semplificatrice proposta da J.P. Morgan (pesi 100 al paese e al settore principali), si sono eseguite delle prove di sensitività per confrontare gli output di *CreditMetrics* che si ottengono adottando tale suggerimento con quelli derivanti dalla mappatura originale. I risultati sono presentati all'interno del paragrafo 2.2.

Le esposizioni

In relazione al secondo segmento, si evidenzia, innanzitutto, che gli unici tipi di finanziamento presenti sono *bonds*, *loans* e *letters of credit*.

Due esposizioni sono denominate in yen giapponese, due in sterlina britannica ed una in dollaro canadese, mentre per le restanti la valuta di riferimento è il dollaro statunitense. Nelle nostre analisi si è deciso di esprimere tutti gli ammontari in dollari statunitensi e si è fatto uso dei cambi forniti nel *database* di J.P. Morgan. La scelta di lavorare con un'unica *currency* è, in *CreditMetrics*, guidata da esigenze di semplificazione della struttura del modello. Non bisogna trascurare, però, che in questo modo non si tiene conto del rischio di mercato associato alle possibili fluttuazioni dei tassi di cambio delle diverse valute.

La *maturity* dei prestiti spazia dal gennaio 2000 al settembre 2016. Per evitare di escludere dal portafoglio le esposizioni già pervenute a scadenza, si è pensato di fissare il 31 dicembre 1998 come istante di riferimento per le nostre analisi e di adottare, come è usuale, un orizzonte temporale di un anno.

Si rileva che la maggior parte delle esposizioni è caratterizzata da un tasso di interesse fisso. Per i prestiti a tasso variabile, viene adoperato in tutti i casi il tasso *government*²⁹ al quale si aggiunge uno spread, variabile a seconda del tipo di esposizione.

Per quanto concerne i tassi di recupero, i *recovery rates* medi e le relative deviazioni standard sono ricavati dagli studi accademici che hanno stimato tali valori a seconda della *seniority class* e del tipo di esposizione, sintetizzati nella tabella 2.

²⁸ Questa è una delle caratteristiche del portafoglio Test che lo rendono particolarmente adatto per le prove di sensitività a cui siamo interessati, in quanto consente di effettuare un confronto tra la mappatura proposta e ipotesi alternative di attribuzione dei pesi.

²⁹ Senza quindi fare mai riferimento al LIBOR.

Tab. 2: Statistiche sui tassi di recupero in base a tipo di esposizione e seniority class

Tipo di esposizione/Seniority Class	Tasso di recupero Medio	Deviazione Standard del Tasso di recupero
Bond/Junior Subordinated	20,81	17,76
Bond/Senior Subordinated	35,09	25,28
Bond/Senior Unsecured	47,70	26,60
Bond/Senior Secured	57,94	23,12
Letter of Credit	65,21	32,70
Loan/Not Rated	65,21	32,70

Fonte: J.P.Morgan.

Un cenno a parte meritano le *customer spread curves* necessarie per l'attualizzazione dei flussi di cassa. Come si è già detto, J.P. Morgan mette a disposizione, gratuitamente, una base dati relativa alle curve degli spread rispetto ai tassi di rendimento dei titoli *risk-free* che copre solo il mercato USD. Si è deciso, perciò, di applicare le *credit spread curves* del mercato americano a tutto il portafoglio, assegnando ognuna delle curve a ciascuna *legal entity* in base al settore di appartenenza della compagnia. Gli spread applicati a ciascun flusso di cassa futuro variano a seconda della classe di rating dell'obbligato e dell'istante temporale (espresso in anni) inerente il flusso stesso. Ovviamente, i tassi sono tanto più alti quanto più bassa è la classe di rating della controparte e quanto più lontani nel tempo si collocano i relativi flussi di cassa.

Gli spread forward per scadenze diverse da quelle incluse nelle tabelle precedenti sono stati ottenuti mediante interpolazione lineare, seguendo l'approccio proposto da J.P. Morgan per la mappatura dei cash flow nell'ambito dei rischi di mercato (J.P. Morgan e Reuters, 1996). Ad esempio, lo spread a 6 anni è stato calcolato come combinazione lineare degli spread a 5 e a 7 anni, attraverso la seguente formula:

$$y_6 = \alpha y_5 + (1 - \alpha) y_7 \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (47)$$

dove:

y_6 = spread a 6 anni interpolato;

y_5 = spread a 5 anni;

y_7 = spread a 7 anni;

α = coefficiente che esprime il peso assegnato a y_5 e y_7 , in questo esempio pari a 0,5.

In generale, se il tasso che si intende interpolare non è equidistante dai due estremi, viene assegnato un peso maggiore allo spread più vicino al tasso da interpolare. Ad esempio, per trovare lo spread a 17 anni, viene assegnato peso 2/5 allo spread a 15 anni e peso 3/5 a quello a 20 anni.

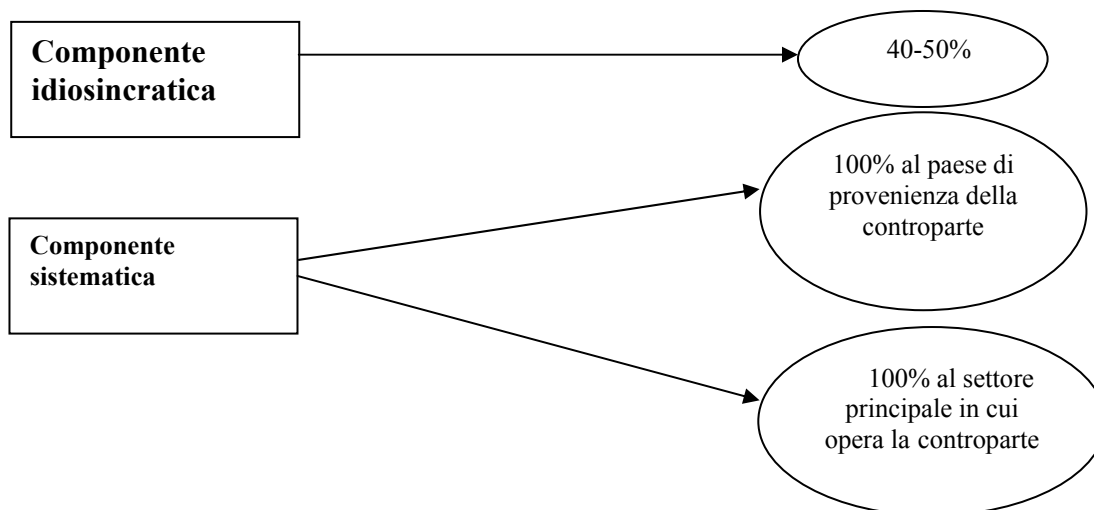
La maggiore rischiosità, insita in esposizioni nei confronti di soggetti caratterizzati da uno scarso merito di credito, si riflette in una lievitazione degli spread, qualunque sia il settore economico di appartenenza della controparte.

2.2 Le analisi di sensitività

I risultati ottenuti dall'applicazione di *CreditMetrics* al portafoglio Test sembrano togliere supporto empirico alla possibilità di adottare in via definitiva le semplici regole che gli autori del modello propongono come scelte preliminari dalle quali partire nell'analisi del *trade-off* tra precisione e facilità di implementazione del modello.

Come caso base per la descrizione del grado di dipendenza dei rendimenti delle imprese dai fattori sistematici e idiosincratici, J.P. Morgan suggerisce, infatti, di utilizzare la struttura prospettata nella figura 2. A seguito degli esami sulle variazioni di deviazione standard e VaR che derivano dall'adozione di tale struttura rispetto ai pesi assegnati nella mappatura originale, sono emersi alcuni segnali indicanti la necessità di orientare la ricerca verso metodologie statistiche, applicate in sostituzione di mappature semplificate, in quanto la sensibilità delle misure di rischio ai valori dei parametri è risultata piuttosto alta.

Fig. 2: *Ipotesi semplificata di mappatura*

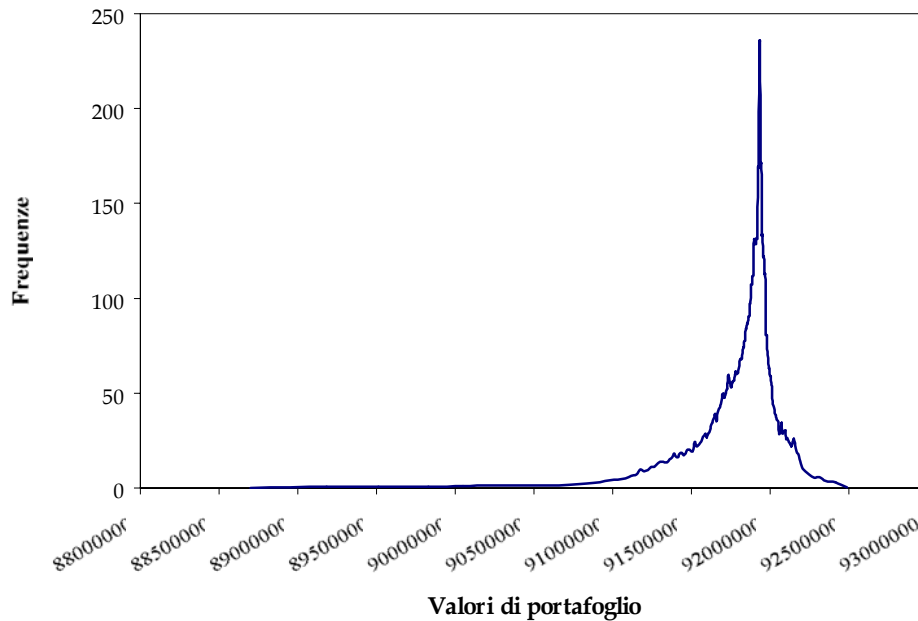


La sensibilità alla percentuale di volatilità specifica

Nel grafico 2 è rappresentata la distribuzione dei valori di portafoglio ottenuta mediante simulazione di 50.000 scenari corrispondenti, nel nostro contesto, a 50.000 rendimenti azionari standardizzati correlati per ciascuna delle 88 controparti presenti nel portafoglio.

La distribuzione, come si può notare, è fortemente asimmetrica e ciò è dovuto al fatto che esiste un'alta probabilità di perdite di valore nulle o basse ed una bassa probabilità di elevate sofferenze. In altre parole, i valori maggiormente probabili sono dati dai casi in cui nessun debitore va in *default*, anche se possono manifestarsi piccole differenze di valore dovute al passaggio di uno o più crediti verso stati vivi diversi da quello di partenza. Man mano che ci si sposta verso la coda sinistra della distribuzione aumenta, invece, il numero dei debitori che diventano insolventi, ma le probabilità (o meglio, le frequenze) corrispondenti a tali eventi sono via via sempre più ridotte.

Grafico 2
Distribuzione dei valori di portafoglio



In questa prima applicazione, il livello di OSR adottato deriva dall'implementazione della formula stimata da J.P. Morgan. Per le ragioni che si sono esposte nel paragrafo 2.1, sono state eseguite delle prove per valutare la sensibilità di deviazione standard e VaR a diversi livelli di questo parametro. I risultati sono presentati nella tabella 3; essi si riferiscono a 50.000 simulazioni. In corrispondenza di ciascuna cella, il primo numero indica il valore della statistica espresso in dollari statunitensi, mentre il secondo individua la variazione percentuale del valore della statistica rispetto a quello derivante dall'applicazione della formula.

Come termine di confronto, si è stimato il rischio di credito anche in ipotesi di assenza di correlazione, modellando la componente di volatilità specifica al 100% per tutti i debitori e, all'estremo opposto, in ipotesi di perfetta correlazione, ipotizzando una volatilità specifica pari a zero.

Come ci si attendeva, una percentuale di OSR pari al 100% produce i livelli più bassi per tutte le misure di rischio considerate. Infatti, assumere che i rendimenti delle imprese dipendano esclusivamente da fattori idiosincratichi significa ipotizzare che le *performance* di ogni impresa siano del tutto indipendenti dall'andamento del mercato e, quindi, che le correlazioni fra gli obbligati siano nulle³⁰. Una soluzione del genere, oltre che apparire poco realistica, sembra da scartare perché potrebbe condurre ad una sottostima dell'effettivo grado di rischio che caratterizza il portafoglio impieghi.

³⁰ La matrice delle correlazioni fra i prenditori, che per il nostro portafoglio ha dimensione 88x88, sarà in questo caso la matrice identità.

Tab. 3: Valori delle statistiche di portafoglio al variare dell'OSR e loro variazioni percentuali rispetto al valore determinato secondo la formula

Livelli di OSR	Deviazione Standard	VaR al 95%	VaR al 99%	VaR al 99.9%
Applicazione formula	478.407	762.505	2.293.059	3.319.853
	-	-	-	-
0%	539.142	866.442	2.572.484	4.065.764
	12,6952574	13,630992	12,185687	22,4681936
40%	510.885	847.998	2.381.850	3.849.726
	6,7887803	11,212123	3,8721638	15,9607368
50%	512.414	842.186	2.445.491	3.751.480
	7,1083826	10,449898	6,6475394	13,0013889
100%	442.693	648.882	2.167.507	3.195.053
	-7,4651918	-14,90127	-5,475306	-3,7592026

L'altro livello estremo di OSR, ovvero quello pari allo 0%, conduce, viceversa, ai valori più elevati di deviazione standard e di VaR. In tal caso, infatti, tutta la volatilità dei rendimenti delle imprese è da ricondurre ai fattori sistematici che determinano anche l'andamento degli indici settoriali e geografici. Le correlazioni tra le controparti saranno, quindi, massime e ciò, come noto, implica che il portafoglio risulti caratterizzato da massima rischiosità³¹. Anche l'adozione di un tale livello di OSR sembra, quindi, da escludere perché, essendo nuovamente poco realistico, può portare ad una sovrastima del rischio di portafoglio, e perciò ad allocare il capitale in modo non efficiente.

L'esame delle variazioni percentuali mostra, altresì, che porre un livello di OSR compreso nel *range* del 40-50%, come previsto nelle scelte preliminari suggerite da J.P. Morgan, produce differenze piuttosto consistenti rispetto al valore derivante dall'applicazione della formula, soprattutto in termini di VaR al 95% e al 99,9%.

Un altro aspetto allarmante che emerge dai dati percentuali è l'assenza di uniformità nei risultati. In altri termini, non è possibile individuare un unico livello arbitrario di OSR che dia luogo, più degli altri, a valori maggiormente in linea con quelli derivanti dall'applicazione della formula per tutte le misure di rischio considerate. Si vede, infatti, che per quanto riguarda la deviazione standard e il VaR al 99% sembrerebbe sensato preferire un OSR pari al 40%; quanto al VaR al 95% la percentuale di variazione più bassa (anche se comunque notevolmente consistente) deriva da un livello di OSR del 50%; infine, il VaR al 99,9% che si discosta meno da quello derivante dall'applicazione della formula, è ottenuto ipotizzando che tutta la volatilità dei rendimenti dipenda da fattori idiosincratichi.

In conclusione, sembra potersi affermare che, in assenza di accesso immediato all'informazione sul *total asset*, la via più corretta da percorrere non sia quella consistente nell'attribuzione di un peso della componente idiosincratICA compreso nel *range* del 40-50%. È opportuno, invece, che ciascun istituto di credito per il quale la gran parte del portafoglio clienti sia formato da imprese non quotate, si adoperi nella ricerca dell'input relativo al *total asset* ricavandolo dai bilanci che sono resi disponibili su database pubblici, nonostante ciò risulti particolarmente costoso in termini di tempo e non offra sempre dati sufficientemente rappresentativi dell'effettiva situazione patrimoniale e finanziaria delle aziende.

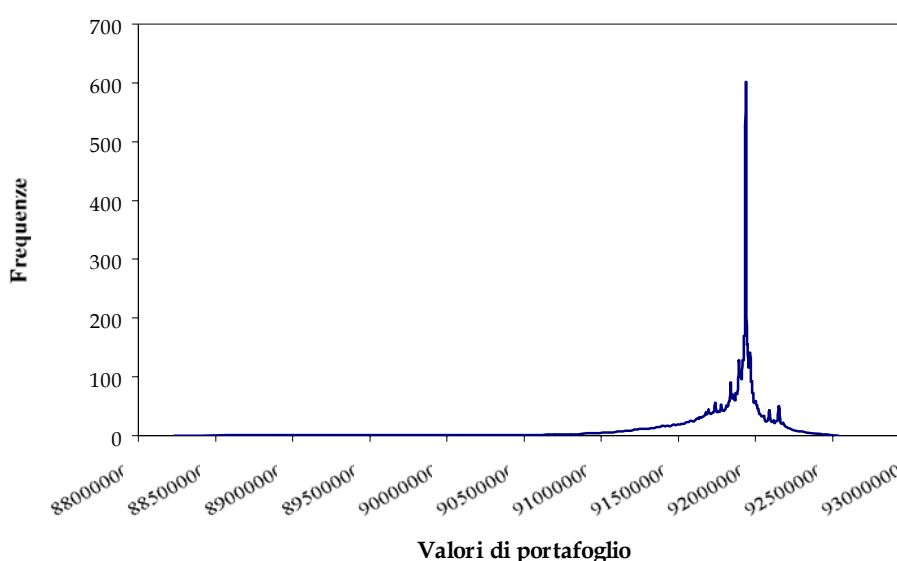
È interessante confrontare come varia la distribuzione simulata al variare della percentuale indicativa della componente idiosincratICA della volatilità dei rendimenti delle imprese. A tal fine si riportano i grafici 3 e 4, che rappresentano le distribuzioni di portafoglio nei due casi estremi, rispettivamente con OSR pari a 0% e 100%. Questi grafici, se confrontati col grafico

³¹ In altre parole, il portafoglio subisce gli effetti negativi di un'eccessiva concentrazione.

2, consentono di osservare, rispettivamente, gli effetti concentrazione e diversificazione. Per rendere più facile il raffronto si sono sovrapposte, nei grafici 5 e 6, le distribuzioni ottenute nelle due ipotesi sull'OSR con quella ottenuta mediante l'applicazione della formula che si basa sul *total asset*.

Mettiamo a confronto, innanzitutto, i grafici 2 e 3. Nella situazione rappresentata da quest'ultimo grafico la correlazione fra i prenditori è massima e quindi risulta massimo il rischio di credito associato al portafoglio. Gli effetti della concentrazione sulla distribuzione sono fondamentalmente due: da un lato si origina la cosiddetta "coda grossa" e, dall'altro, si crea l'effetto leptocurtosi³².

Grafico 3
Distribuzione dei valori di portafoglio
(OSR= 0%)

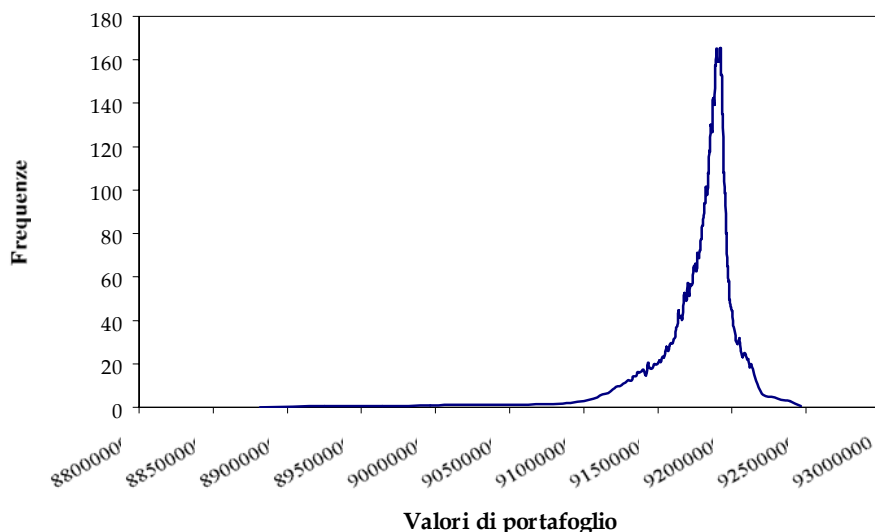


La spiegazione di entrambi i fenomeni va ricercata nel fatto che più i debitori sono correlati più essi tendono a comportarsi nello stesso modo. In particolare, nell'ipotesi di massima concentrazione, se un obbligato va in *default* la sua insolvenza intacca la qualità dell'intero portafoglio in misura molto accentuata, in quanto le altre controparti risentono di tale fallimento perché le loro attività sono legate, per ragioni geografiche e/o settoriali, a quella del debitore fallito. Ciò produce un aumento della probabilità che si verifichi un elevato numero di insolvenze, il che origina, da un punto di vista statistico, la *fat tail*. Per quanto riguarda, invece, l'effetto leptocurtosi, bisogna ricordare che l'evento più verosimile per ciascuna controparte è quello di rimanere nella stessa classe di rating in cui si trova all'inizio dell'orizzonte di rischio. È molto probabile, cioè, che il valore di mercato del credito nei confronti di ciascuna controparte non subisca variazioni di entità rilevante. Dato che ciò è vero per tutti gli obbligati presenti nel portafoglio e poiché in caso di massima correlazione essi tendono a presentare andamenti simili, una tale situazione fa sì che la probabilità di permanenza del portafoglio, complessivamente considerato, nella classe di rating di partenza raggiunga livelli elevatissimi, provocando così l'allungamento della campana della funzione di densità. Un'ulteriore conseguenza sulla distribuzione di portafoglio è rappresentata dalla diminuzione delle probabilità degli eventi, per così dire "intermedi", costituiti cioè da un numero limitato di insolvenze, la cui spiegazione può essere, ancora una volta, quella che in

³² In altre parole, la "campana" della distribuzione si comprime e diventa più lunga e stretta.

caso di meriti creditizi fortemente correlati le controparti tendono ad evolvere congiuntamente, nel bene e nel male.

Grafico 4
Distribuzione dei valori di portafoglio
(OSR= 100%)



Considerazioni opposte a quelle appena svolte possono proporsi comparando i grafici 2 e 4. Nella situazione rappresentata da quest'ultimo grafico la correlazione fra prenditori è nulla, e quindi le evoluzioni della qualità dei rispettivi debiti sono del tutto indipendenti le une dalle altre. Ciò implica che il fallimento di una controparte non produce alcun effetto sul merito di credito degli altri obbligati, e poiché l'evento *default* risulta essere piuttosto raro, la coda della distribuzione è molto fine. In altri termini, il verificarsi di un elevato numero di insolvenze è molto improbabile in quanto ciascuna di esse, oltre ad essere per sua natura relativamente infrequente, deriva esclusivamente da fattori specifici delle singole imprese e non può, nemmeno in minima parte, essere ascritta all'andamento del mercato o alle relazioni con le altre imprese. La correlazione nulla fra prenditori si riflette anche nella struttura del resto della distribuzione: in particolare, il picco risulta meno accentuato, per la ragione che il permanere o meno di un'impresa nella classe di rating originaria è assolutamente indipendente da *credit rating changes* delle altre imprese.

Grafico 5
L'effetto concentrazione

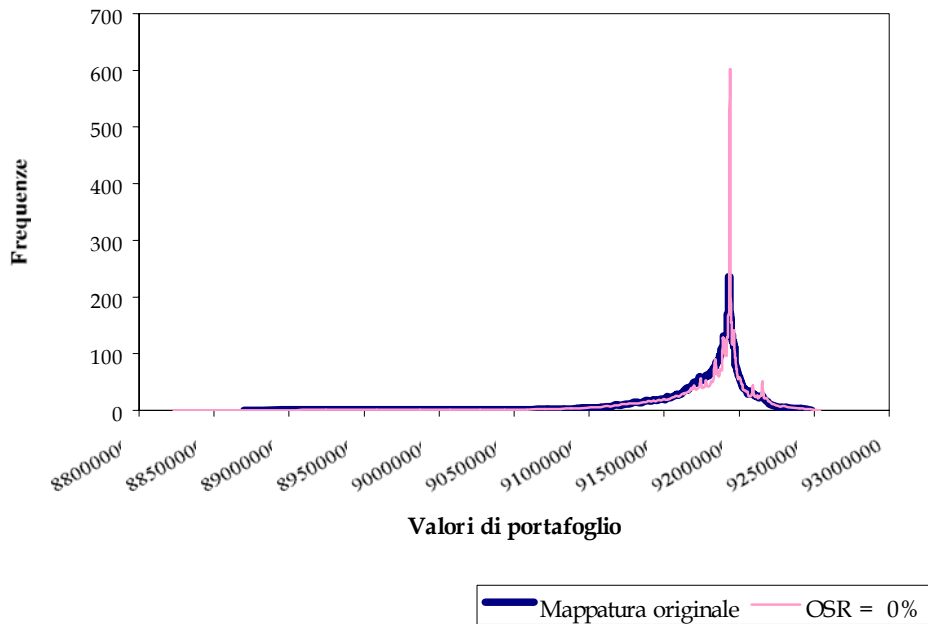
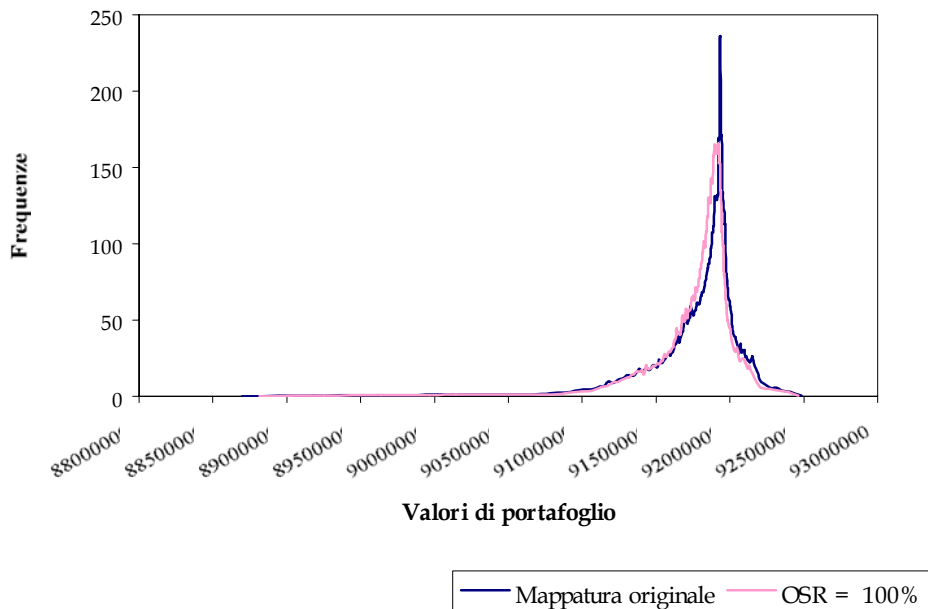


Grafico 6
L'effetto diversificazione



La sensibilità alle diverse ipotesi impiegate nella mappatura

Formulare un'ipotesi sul grado di dipendenza dei rendimenti delle imprese dai fattori di mercato non è una cosa facile. Ovviamente, sarebbe auspicabile poter stimare la mappatura direttamente dai dati storici per evitare l'arbitrarietà di tale scelta o, alternativamente, far riferimento a *data providers* che forniscano tali servizi. Entrambe queste possibilità presentano, tuttavia, degli svantaggi che non vanno trascurati. Per quanto riguarda la prima, si

tratta di osservare, innanzitutto, che non sono sempre disponibili i dati storici necessari per la messa a punto di metodologie statistiche che vengano applicate in luogo di mappature semplificate: basti pensare ai problemi di *lack of data* connessi con le piccole imprese non quotate che caratterizzano il tessuto economico del nostro paese. Inoltre, un metodo quantitativo per l'attribuzione dei pesi ai fattori sistematici che descrivono gli *asset returns* delle controparti, per poter essere utilizzato in modo automatico da ogni istituto di credito, dovrebbe essere adatto per i portafogli di dimensioni notevoli ed essere, quindi, relativamente standardizzato. Lo sviluppo di una tale metodologia comporta però la necessità di investire un'ingente quantità di risorse umane ed economiche di cui non tutte le banche sono disposte a dotarsi. Come si è accennato nel paragrafo 2.1, la stessa Banca Commerciale Italiana ha provvisoriamente deciso di identificare la mappatura sulla base della semplice regola proposta da J.P. Morgan: pesi 100 al settore principale e al paese in cui è domiciliata la controparte. Quanto a rivolgersi a *data providers* esterni, ancora una volta l'interrogativo che le banche si pongono è il seguente: ha senso impiegare notevoli ammontari di risorse economiche allo scopo di ottenere, in ultima analisi, delle misure di rischio di credito più accurate? O, altrimenti, la perdita di precisione che si ha nell'adottare l'ipotesi semplificatrice è così ingente o si colloca su livelli contenuti e quindi accettabili?

Nel tentativo di dare risposta a queste domande, si sono condotte delle prove per valutare la sensibilità degli output di *CreditMetrics* a due diverse ipotesi impiegate nella mappatura: la soluzione semplificata, che possiamo sinteticamente denominare "la regola dei pesi 100", e la mappatura prevista nel *database* originale, derivante dall'applicazione del metodo statistico sviluppato da J.P. Morgan. I risultati che sono sintetizzati nella tabella seguente si riferiscono a 50.000 simulazioni. In corrispondenza di ciascuna cella, il primo numero indica il valore della statistica espresso in dollari statunitensi, mentre il secondo individua la variazione percentuale del valore della statistica rispetto a quello ottenuto con la mappatura originale.

Come emerge chiaramente, gli esiti del test appaiono piuttosto confortanti, in quanto la soluzione semplificatrice non produce stime delle misure di rischio molto diverse da quelle ottenute mediante l'applicazione del metodo statistico su cui si basano i pesi della mappatura originale. Ciò è senz'altro vero per la deviazione standard e per i VaR al 95% e al 99%, mentre lo è meno per quanto concerne il VaR al 99,9%. Sembrerebbe comunque possibile poter seguire, seppure con qualche cautela, l'indicazione di J.P. Morgan senza che ciò intacchi notevolmente la bontà delle stime del rischio di portafoglio. Le cautele menzionate potrebbero essere rappresentate dal suggerimento di prendere in considerazione specialmente le misure di rischio che presentano risultati più in linea con quelli derivanti dalla mappatura originale e tralasciare, invece, quelle (nel nostro caso il VaR al 99,9%) che sono più variabili. In tal modo, però, ci si scontrerebbe con la necessità di qualsiasi banca di non trascurare la rischiosità degli eventi estremi, evidenziata proprio dal VaR ai livelli di confidenza più elevati. In questi casi, allora, la decisione di tenere conto di tali misure di rischio dovrebbe essere accompagnata dall'impegno di non trascurare che le stesse misure non sono così affidabili come lo sarebbero, invece, se nella mappatura degli obbligati non si fosse scelto un criterio totalmente arbitrario.

Tab. 4: Valori delle statistiche in diverse ipotesi di mappatura e relative variazioni percentuali rispetto al valore ottenuto con la mappatura originale

Attribuzione dei pesi	Deviazione standard	VaR al 95%	VaR al 99%	VaR al 99,9%
Mappatura originale	478.407 -	762.505 -	2.293.059 -	3.319.853 -
Regola dei pesi 100	478.602 0,0407603	748.845 -1,791464	2.311.097 0,7866348	3.508.076 5,6696185

Purtroppo, come vedremo, test successivi, che combinano le due parti della soluzione semplificatrice e che prendono in considerazione anche le misure di rischio marginale, rendono del tutto vani gli accorgimenti appena proposti in quanto tolgono supporto empirico alla soluzione stessa.

OSR e mappatura nei diversi settori e paesi

Allo scopo di verificare la validità empirica della soluzione proposta da J.P. Morgan nel suo complesso, si sono svolte ulteriori prove che combinano l'ipotesi semplificatrice di attribuzione dei pesi con i diversi livelli di OSR. Gli esiti indicati nelle tabelle che seguono si riferiscono, ancora una volta, a 50.000 simulazioni. Nella tabella 6, in corrispondenza di ciascuna cella il primo numero indica il valore della statistica espresso in dollari statunitensi, mentre il secondo individua la variazione percentuale del valore della statistica rispetto a quello ottenuto con la mappatura originale e indicato, invece, nella tabella 5.

Tab. 5: Valori delle statistiche con pesi nei settori e paesi derivanti dall'applicazione del metodo statistico

Livelli di OSR	Deviazione standard	VaR al 95%	VaR al 99%	VaR al 99,9%
Applicazione formula	478.407	762.505	2.293.059	3.319.853

Tab. 6: Valori delle statistiche con pesi nei settori e paesi determinati secondo la regola dei pesi 100 e relative variazioni percentuali rispetto alla mappatura originale di cui alla tab. 5

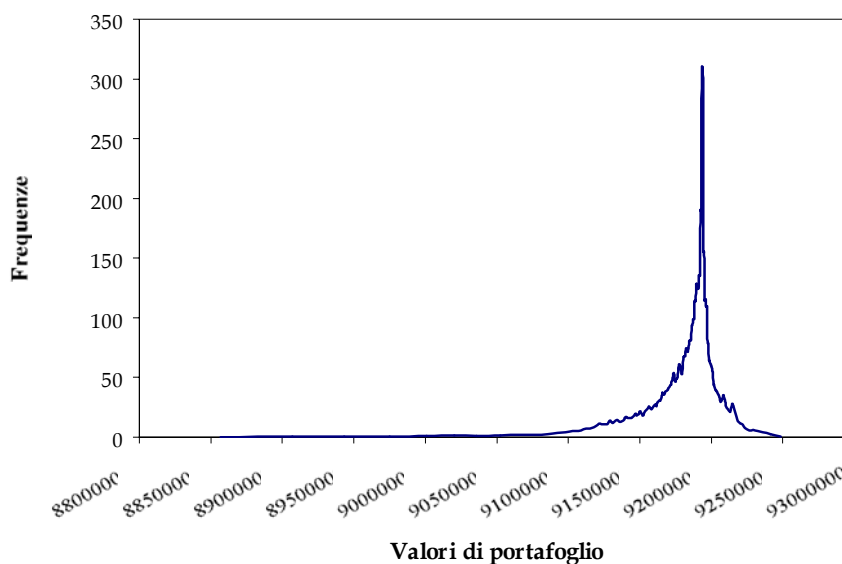
Livelli di OSR	Deviazione standard	VaR al 95%	VaR al 99%	VaR al 99,9%
Applicazione formula	478.602	748.845	2.311.097	3.508.076
0%	0,040760273	-1,79146366	0,7866348	5,6696185
	513.075	859.143	2.430.896	3.763.077
	7,246549486	12,67375296	6,01105336	13,3507116
40%	498.622	822.259	2.385.941	3.586.810
	4,225481651	7,836538777	4,05057175	8,04122954
50%	498.584	804.465	2.380.803	3.651.788
	4,217538623	5,502914735	3,82650425	9,99848487
100%	440.680	695.277	2.191.418	3.213.412
	-7,88596321	-8,81672907	-4,4325506	-3,2061962

Relativamente ai diversi livelli di OSR, anche nell'ipotesi semplificata di attribuzione dei pesi valgono le considerazioni svolte in precedenza. Anche qui, infatti, è preferibile scartare le soluzioni estreme - OSR pari allo 0% e al 100% - in quanto esse possono condurre, rispettivamente, ad una sovrastima e ad una sottostima della rischiosità del portafoglio impieghi. Quanto alla percentuale di volatilità specifica determinata in base al *total asset*, si ripresentano le problematiche connesse alla scarsa diffusione della quotazione fra le imprese italiane. L'esame delle variazioni percentuali mostra come i livelli di OSR pari al 40% e al 50% diano luogo a valori degli indicatori di rischio che si discostano da quelli effettivi in misura minore rispetto a quanto avveniva nell'ipotesi in cui si utilizzassero i pesi di settore/paese previsti nella mappatura originale. In altre parole, confrontando la tabella 6 con la tabella 4 si nota un ridimensionamento dell'estrema negatività dei risultati qualora per la

mappatura nei settori/paesi si faccia riferimento alla “regola dei pesi 100” piuttosto che alla mappatura originale. Non bisogna trascurare tuttavia che, anche adottando entrambe le semplificazioni, le variazioni percentuali si collocano su livelli troppo elevati per essere ritenuti tollerabili, soprattutto per quanto riguarda il VaR al 99,9%.

In conclusione, a seguito dei risultati ottenuti e qui esposti, è possibile affermare che, nelle fasi di implementazione successive a quella di *start-up*, sarebbe preferibile evitare l’adozione delle semplici regole di mappatura indicate nella figura 2. Ciò qualora si intenda ottenere, come è lecito supporre, dei valori delle misure di rischio che siano il più possibile affidabili. Come verrà mostrato in seguito, inoltre, il suggerimento di J.P. Morgan produce risultati scarsamente apprezzabili non solo nel momento in cui ci si limita, come si è fatto finora, a considerare esclusivamente le misure di rischio a livello di portafoglio, ma anche quando si valutano i risultati in termini di VaR marginale.

Grafico 7
Distribuzione dei valori di portafoglio
(OSR= 40% e regola dei pesi 100)



La sensibilità degli output al numero delle simulazioni

In *CreditMetrics*, il ricorso alle simulazioni è necessario per ottenere la distribuzione dei valori di portafoglio in presenza di un elevato numero di controparti, in quanto risulta improponibile procedere per via analitica. In altri termini, attraverso la simulazione di un numero di scenari sufficientemente ampio si è in grado di ricostruire la possibile evoluzione del portafoglio³³. Ma sorge la domanda: quando un certo numero di scenari può dirsi *sufficientemente ampio*³⁴? Come noto, infatti, qualsiasi tecnica Monte Carlo produce delle stime che sono soggette ad errore, anche se tale errore diminuisce all’aumentare del numero degli scenari (Fraser, 2000). Il documento tecnico³⁵ cerca di quantificare l’ampiezza di tali

³³ In particolare, viene simulata l’evoluzione dell’andamento degli *asset* delle imprese in portafoglio: ad ogni giro della simulazione si estrae un vettore di *N* numeri casuali correlati da una distribuzione normale multivariata, dove *N* è il numero delle controparti.

³⁴ “How many scenarios do we need to obtain precise estimates?” Cfr. J.P. Morgan (1997), pag. 126.

³⁵ Cfr. J.P. Morgan (1997), par. 11.3 e appendice B.

random errors, mostrando come gli intervalli di confidenza per le misure di rischio evolvono all'aumentare del numero delle simulazioni che vengono effettuate. Gli autori del modello, inoltre, concludono che per il portafoglio *benchmark*, sul quale hanno lavorato per costruire l'esempio riportato nel documento, sarebbe stato sufficiente, per ottenere risultati affidabili, un numero di repliche non superiore a 10.000. Tale numero ci sembra, tuttavia, eccessivamente esiguo: si pensi, infatti, che la Banca Commerciale Italiana basa tutta la reportistica relativa alla rete estera su almeno 200.000 prove.

Da parte nostra, si sono condotte delle prove sul portafoglio Test al fine di valutare la sensibilità degli output del modello rispetto al numero degli scenari. Le ipotesi considerate sono state di 50.000, 200.000, 500.000 e 1.000.000 di simulazioni. Anche se per determinare l'eventuale convergenza delle misure di rischio verso un valore "limite" sarebbe stato necessario procedere all'effettuazione di molte più simulazioni di quante ne siano state realizzate, ci si è fermati, per il momento, al milione di repliche. Ciò perché i tempi di elaborazione, necessari al calcolatore per la determinazione della rischiosità del portafoglio, aumentano notevolmente al crescere delle prove, specialmente qualora si vogliano ottenere anche le misure di rischio marginale.

Nella tabella 7 si presentano i risultati dei test eseguiti relativamente a deviazione standard e VaR a livello di portafoglio. In corrispondenza di ciascuna cella, il primo numero indica il valore della statistica espresso in dollari statunitensi, mentre il secondo individua la variazione percentuale del valore della statistica rispetto a quello ottenuto con 50.000 simulazioni.

Tab. 7: *Valori delle statistiche a livello di portafoglio al variare del numero di scenari e relative variazioni percentuali rispetto ai valori ottenuti con 50.000 simulazioni*

Numero degli scenari	Deviazione standard	VaR al 95%	VaR al 99%	VaR al 99,9%
50.000	478.407 -	762.505 -	2.293.059 -	3.319.853 -
200.000	484.189 1,2085944	763.550 0,1370483	2.330.593 1,6368528	3.418.329 2,9662759
500.000	487.872 1,9784410	769.206 0,8788139	2.352.025 2,5714995	3.476.256 4,7111423
1.000.000	486.894 1,7740125	770.546 1,0545505	2.339.266 2,0150812	3.454.816 4,0653306

Dalla tabella si evince che deviazione standard, VaR del portafoglio al 95% e al 99% non sembrano essere molto sensibili al numero delle simulazioni, mentre il VaR al 99,9% presenta delle variazioni percentuali più marcate, anche se le stesse propendono a stabilizzarsi all'aumentare del numero degli scenari. L'assestamento delle differenze contraddistingue anche la deviazione standard e il VaR al 99%, mentre il VaR al 95% appare caratterizzato da percentuali crescenti, ma mantenute comunque su livelli contenuti.

Per quanto riguarda le statistiche marginali, i risultati non appaiono altrettanto confortanti. Il VaR marginale risulta estremamente sensibile al numero delle simulazioni e tuttavia non emerge alcun trend, giacché si passa da valori positivi a valori negativi di questa misura di rischio al variare del numero degli scenari.

Si consideri a tal proposito un caso emblematico, rappresentato dall'impresa 7267.T: i valori del VaR marginale nei diversi scenari sono sintetizzati nella tabella 8. In corrispondenza di ciascuna cella, il primo numero indica il valore della statistica espresso in dollari statunitensi, mentre il secondo individua la variazione percentuale del valore della statistica rispetto a quello ottenuto con 50.000 simulazioni.

Tab. 8: *VaR marginale dell'impresa 7267.T e relative variazioni percentuali rispetto ai valori ottenuti con 50.000 scenari*

Numero delle simulazioni	VaR marginale al 99%	VaR marginale al 99,9%
50.000	703 -	-794 -
200.000	532 -24,3243243	6.481 -916,246851
500.000	385 -45,2347084	493 -162,090680
1.000.000	1.268 80,3698435	3.044 -483,375315

Come si può notare, la sensibilità sembra essere maggiore per il VaR al livello di confidenza del 99,9%, il che potrebbe fornire il suggerimento di scegliere come intervallo di fiducia il 99% in quanto, tra i due, il VaR a tale livello appare più stabile. Tuttavia, solo con il VaR al 99,9% si riesce a valutare pienamente la rischiosità degli eventi estremi. Inoltre, l'intervallo di confidenza per la valutazione del rischio di credito deve essere, in ciascuna banca, coerente con quello adottato per la misurazione dei rischi di mercato, allo scopo di modellare i due profili di rischiosità in modo integrato e da raggiungere, così, una visione completa del profilo di rischio a cui è esposto l'istituto di credito. La scelta del livello di confidenza cui fare riferimento è, quindi, una questione molto complessa.

Un dato confortante va comunque segnalato: l'impresa 7267.T, come pure le altre imprese i cui VaR marginali risultano così sensibili al numero delle simulazioni, non fanno parte della *top ten* delle controparti più rischiose. In altre parole, la classifica dei dieci obbligati le cui esposizioni contribuiscono in misura maggiore a determinare la rischiosità complessiva del portafoglio³⁶, non varia in misura rilevante al variare del numero degli scenari in quanto, tranne qualche caso isolato, le controparti rimangono nella stessa posizione o, al massimo, si scambiano di posizione con gli altri obbligati presenti nella *top ten*.

In conclusione, quale può essere la strategia più appropriata da adottare relativamente alla individuazione del numero "ottimale" di simulazioni da effettuare? Ovviamente, la precisione nelle stime aumenta man mano che si incrementa il numero degli scenari, ma non bisogna dimenticare che esiste un *trade-off* tra precisione ed economicità in termini di tempo. In altre parole, mentre da un lato si sarebbe tentati di effettuare il massimo numero di simulazioni possibili, dall'altro occorre tenere presente che ciò richiede lunghi tempi di elaborazione in presenza di portafogli composti da un elevato numero di controparti ed esposizioni. Sulla base di queste considerazioni, senza dimenticare, tuttavia, l'estrema variabilità dei risultati ottenuti in termini di VaR marginale, si ritiene che 500.000 scenari siano un buon compromesso tra le due esigenze appena esposte. La stessa Banca Commerciale Italiana sembra ora intenzionata ad eseguire 500.000 replicazioni per la stima del rischio di credito associato ai portafogli per i quali è entrata a regime la predisposizione di una reportistica quindicinale. La direzione ha manifestato chiaramente le perplessità di origine pratica insite nell'utilizzo di un numero di simulazioni più elevato, che non sembra rientrare, quindi, nei proponenti della banca.

Un'ultima verifica

Come ultima verifica, si è voluto condurre un test che combinasse in qualche modo tutti quelli precedenti. In particolare, appurato che:

³⁶ Quelle che il documento tecnico chiama "i colpevoli". Cfr. J.P. Morgan (1997), p. 131.

- 500.000 è il numero massimo di simulazioni che verranno eseguite in futuro, per ragioni prettamente pratiche, presso la Banca Commerciale Italiana;
- 40-50% è il *range* entro il quale muoversi per la scelta dell'*obligor specific risk* secondo la proposta di J.P. Morgan;
- nella struttura ipotizzata dalla stessa banca americana c'è il suggerimento di mappare gli obbligati con peso 100 sia nel paese che nel settore merceologico principale di appartenenza,

si sono confrontati i risultati derivanti da una prova effettuata sulla base questi parametri³⁷ rispetto a quelli ottenuti, sempre con 500.000 simulazioni, adottando la mappatura originale. I risultati sono presentati nella tabella 9. In corrispondenza di ciascuna cella, il primo numero indica il valore della statistica espresso in dollari statunitensi, mentre il secondo individua la variazione percentuale del valore della statistica rispetto a quello ottenuto con la mappatura originale.

Tab. 9: *Valori delle statistiche a livello di portafoglio con mappatura originale e nell'ipotesi semplificata e relative variazioni percentuali rispetto ai valori ottenuti con la mappatura originale*

Parametri derivanti da	Deviazione standard	VaR al 95%	VaR al 99%	VaR al 99,9%
Mappatura originale	487.872	769.206	2.352.025	3.476.256
	-	-	-	-
Mappatura semplificata	506.889	838.968	2.420.761	3.639.269
	3,897948642	9,0693523	2,9224179	4,68932668

Come si può rilevare dalla tabella, la differenza percentuale più marcata è relativa al VaR al 95%, mentre appaiono più contenute quelle relative alle altre misure di rischio considerate, anche se si collocano su livelli troppo elevati per essere ritenuti accettabili. Ciò è vero soprattutto per il VaR al 99,9%, indicatore che, come detto in precedenza, coglie la rischiosità degli eventi estremi ed è spesso preso come base per le decisioni sull'allocazione del capitale.

Dal raffronto tra la tabella 9 e la terza riga della tabella 6, in cui si riportano le variazioni percentuali tra le misure di rischio derivanti dall'applicazione della mappatura semplificata e quelle relative alla mappatura originale, riferite però a 50.000 simulazioni, emerge che, ad eccezione che per il VaR al 95%, le differenze sono più basse quando gli scenari considerati sono 500.000. Questa osservazione sembra costituire un ulteriore segnale della necessità di eseguire quante più replicazioni possibile, compatibilmente con le esigenze di tipo organizzativo di ciascun istituto di credito.

La prova conclusiva descritta in questo paragrafo ha valutato anche la sensibilità del VaR marginale alle due ipotesi di mappatura esaminate. I risultati relativi a questa misura di rischio sono stati piuttosto scoraggianti, in quanto la *top ten* delle controparti più rischiose viene "intaccata" nel momento in cui ai pesi originali vengono sostituiti quelli previsti nella struttura semplificata. In particolare, se si dispongono le imprese in ordine decrescente di rischiosità (misurata in termini di VaR marginale al 99%) emerge che mentre le prime cinque posizioni rimangono invariate, le altre subiscono variazioni anche notevoli. Ad esempio, la controparte che con la mappatura originale occupa la posizione 8, nella mappatura semplificata scivola alla posizione 40, mentre l'obbligato LHAG.IB passa dalla decima alla trentunesima.

³⁷ In particolare, si è posta la percentuale di OSR pari al 40%.

I risultati relativi al VaR marginale appena descritti confermano in modo inequivocabile l'opportunità di evitare l'adozione in via definitiva, vale a dire anche in una fase successiva a quella di *start-up* dell'implementazione, della mappatura semplificata proposta da J.P. Morgan. Essi suggeriscono, invece, la necessità di impiegare risorse ed energie nella ricerca di una metodologia statistica per la mappatura degli obbligati. Non potendo giocare, infatti, sull'aumento del numero di simulazioni per migliorare la bontà delle stime del rischio, è necessario disporre di strumenti quantitativi che consentano di ottenere risultati attendibili anche eseguendo un numero di replicazioni non superiore a 500.000. In caso contrario, ciascun istituto di credito che intendesse fare riferimento alla metodologia *CreditMetrics* per la stima del rischio di credito potrebbe acquisire una visione distorta della rischiosità dei propri portafogli prestiti, con le conseguenze facilmente immaginabili che ne derivano.

CONCLUSIONI

In questo lavoro si è esaminato il modello per la misurazione del rischio di credito messo a punto dalla banca americana J.P. Morgan, *CreditMetrics*.

Si è descritto, innanzitutto, il funzionamento del modello, soffermandosi tanto sugli aspetti che fungono da fasi preliminari all'implementazione, quanto sulla metodologia seguita per la derivazione delle correlazioni fra prenditori. In questa parte si è visto il ruolo di primaria importanza attribuito alla stima delle correlazioni fra i meriti creditizi delle controparti. L'approccio proposto in *CreditMetrics* prevede di utilizzare una metodologia che richiede la mappatura degli obbligati nei vari paesi e settori economici, nonché l'individuazione della percentuale di volatilità dei rendimenti riconducibile a fattori idiosincratici. Tali attività si rendono particolarmente problematiche per quelle imprese che non hanno accesso diretto al mercato dei capitali e per le quali non sono, quindi, disponibili in via immediata questo tipo di informazioni. J.P. Morgan è consapevole di questa limitazione per l'integrale applicabilità del modello da parte di ciascun istituto di credito operante in aree caratterizzate dalla scarsa diffusione della quotazione fra le imprese. Suggerisce, quindi, l'adozione di alcune scelte preliminari alle quali gli istituti di credito possono fare riferimento nella fase di *start-up* dell'implementazione, previa quantificazione del *trade-off* in esse implicito. In particolare, propone di mappare ciascun obbligato esclusivamente nel settore principale di appartenenza e nel paese in cui è domiciliato. Ipotizza inoltre, in assenza dell'informazione sul *total asset*, che la frazione di volatilità dei rendimenti spiegata dal fattore specifico sia compresa nel *range* del 40-50%.

Il lavoro ha valutato, poi, la possibilità, per una banca italiana, di accettare la proposta di J.P. Morgan e ha confrontato i valori delle misure di rischio (deviazione standard, VaR di portafoglio e VaR marginale) che si ottengono tramite la mappatura semplificata con quelli derivanti dalla mappatura originale. Quest'ultima mappatura era compresa nel *database* fornito dalla Risk Management Unit della Banca Commerciale Italiana. Essa, infatti, è l'unica banca italiana ad aver adottato il modello di J.P. Morgan per la stima del VaR associato al rischio di credito. I risultati ottenuti hanno consentito di prendere coscienza dei *trade-off* impliciti nelle scelte preliminari, mostrando la scarsa accuratezza delle misure di rischio ricavate con la mappatura semplificata. Essi sembrano, pertanto, togliere supporto empirico alla possibilità di limitarsi all'adozione delle ipotesi semplificatrici proposte dagli autori del modello in fasi successive rispetto a quella di *start-up* dell'implementazione. La conclusione di evitare l'adozione della mappatura semplificata proposta dagli autori di *CreditMetrics* è stata confermata anche quando non ci si è limitati a considerare esclusivamente le misure di rischio a livello di portafoglio ma si sono valutati i risultati in termini di VaR marginale. La classifica dei dieci obbligati più rischiosi in termini di VaR marginale al 99,9%, infatti, è risultata in parte diversa a seconda della struttura dei rendimenti azionari delle controparti

presa in esame. Si è giudicata, nel presente lavoro, anche la sensibilità degli output del modello al numero delle simulazioni che, in *CreditMetrics*, si rende necessario al fine di ottenere la distribuzione dei valori di portafoglio in presenza di un elevato numero di controparti. Le statistiche di portafoglio non sono risultate molto sensibili al numero delle replicazioni, mentre una fortissima sensibilità si è riscontrata in termini di VaR marginale. L'individuazione del numero "ottimale" di scenari da considerare deve temperare, tuttavia, due esigenze opposte: da un lato, infatti, si sarebbe tentati di effettuare quante più simulazioni possibile al fine di aumentare la precisione delle stime; dall'altro bisogna tenere presente, però, che ciò richiede lunghi tempi di elaborazione in presenza di portafogli composti da un numero elevato di controparti e qualora si intendano calcolare anche le statistiche marginali. A seguito di queste considerazioni e di ampie discussioni con alcuni componenti della direzione della Banca Commerciale Italiana, si è ritenuto che 500.000 simulazioni fossero un buon compromesso tra le due necessità appena esposte.

Dalle analisi compiute è emersa la necessità di impiegare risorse ed energie nella ricerca di una metodologia statistica per la mappatura degli obbligati nei diversi paesi e settori economici, nonché nel reperimento delle informazioni contabili che consentano di quantificare in maniera oggettiva il peso del fattore specifico anche per le imprese non quotate. Solo un approccio puramente quantitativo per l'attribuzione dei pesi ai fattori sistematici e idiosincratici che descrivono gli *asset returns* delle controparti consentirebbe, infatti, di ottenere stime attendibili delle misure di rischio anche eseguendo un numero di replicazioni non superiore a 500.000. In caso contrario, l'istituto di credito che intendesse utilizzare la metodologia *CreditMetrics* potrebbe acquisire una visione distorta della rischiosità dei propri portafogli prestiti.

RINGRAZIAMENTI

Sinceri e doverosi ringraziamenti vanno ad Andrea Giacomelli e Domenico Sartore per i loro preziosi commenti e validi suggerimenti.

Sono molto grata, poi, ad Agnese Sironi dell'Ufficio Risk Management della Banca Commerciale Italiana per il *database* fornitomi, per le utili conversazioni e le apprezzate osservazioni.

BIBLIOGRAFIA

- Altman, E.I. e D.L. Kao (1992), "Rating Drift in High Yield Bonds", *The Journal of Fixed Income*, March, pp. 15-20.
- Banca Commerciale Italiana (2000), *Credit Risk Report – Loans*, Banca Commerciale Italiana – Servizio Pianificazione, Controllo e Risk Management, novembre.
- Cantor, R. e F. Packer (1994), "The Credit Rating Industry", *Federal Reserve Bank of New York Quarterly Review*, 19(2), Summer-Fall, pp. 1-26.
- Fraser, R. (2000), "Examining Monte Carlo Simulation in CreditMetrics", paper presentato al convegno "RiskMetrics Rules", Londra, 21 settembre 2000.
- J.P. Morgan (1997), *CreditMetrics – Technical Document – The Benchmark for Understanding Credit Risk*, J.P. Morgan & Co. Inc., New York.
- J.P. Morgan e Reuters (1996), *RiskMetrics – Technical Document*, J.P. Morgan & Co. Inc., New York.
- Merton, R.C., "On the Pricing of Corporate Debt: the Risk Structure of Interest Rates" (1974), *The Journal of Finance*, 29, pp. 449-470.
- Resti, A. (1999), "Misurare il rischio del portafoglio impieghi: introduzione ai modelli VaR per i crediti bancari", *Materiali Assbank*, 25.
- Resti, A. (2000), "La gestione del rischio di credito con modelli di derivazione attuariale: il caso di CreditRisk⁺", *working paper*.
- Savona, P. e A. Sironi (a cura di) (2000), *La gestione del rischio di credito: esperienze e modelli nelle grandi banche italiane*, EDIBANK, Roma.
- Wilson, T.C. (1997), "Portfolio Credit Risk", *Risk*, 10(9) pp. 111-117 e 10(10) pp. 56-61.