

# L'analisi tecnica e i modelli a logica sfuocata.

**Monica Billio**

*Università Ca' Foscari e GRETA, Venezia*

**Stefano Tommasi**

*GRETA, Venezia*

**Introduzione.** I fenomeni osservabili nel mondo economico-finanziario sono tipicamente caratterizzati da un'elevata complessità, dovuta alle numerose interazioni tra le variabili in gioco e sono quindi difficilmente trattabili tramite le tecniche quantitative tradizionali. Rientrando tra le metodologie non parametriche, la *logica sfuocata* ("fuzzy") (1) è invece uno strumento adatto a superare il principale problema delle tecniche tradizionali, che consiste nella necessità di porre ipotesi forti e di avere una conoscenza almeno approssimata delle relazioni di causa ed effetto che regolano il sistema.

La logica fuzzy consente di elaborare in termini formali e rigorosi informazioni qualitative, che per loro natura sono incerte ed imprecise, mediante opportune *Regole Inferenziali*: tali regole possono tradurre (ed essere tradotte in) espressioni tipiche del linguaggio naturale, del tipo:

Se il prezzo di un titolo ha superato al rialzo una certa soglia dopo aver toccato per due volte i minimi ed i massimi relativi allora il prezzo dovrebbe aumentare.

("configurazione a rettangolo rialzista" - modello di consolidamento).

Il modello presentato fa proprio questo: costruisce delle Regole di Inferenza che possono essere lette come regole di analisi tecnico-grafica.

**La logica sfuocata e l'algoritmo di previsione.** Come già è stato anticipato, con un approccio in logica sfuocata si possono descrivere le incertezze e le ambiguità, o meglio la parziale conoscenza, relative ad un fenomeno (fisico, sociale, economico ...). Per formalizzare matematicamente la vaghezza di un concetto si definiscono le "*membership func-*

tion" che esprimono una misura della similarità dell'oggetto considerato ad una ideale classe di riferimento (2). Supponiamo di voler definire, ad esempio, l'insieme dei "titoli da vendere"; sicuramente possiamo ritenere che titoli con un prezzo molto basso (inferiore ad una certa soglia, ad esempio 50) non siano vendibili con profitto, mentre quelli con prezzo molto elevato (ad esempio superiore a 100) possono essere venduti profittevolmente. Il problema si pone per i titoli con prezzo intermedio, che, a seconda dei casi, possono essere considerati "da vendere" o meno. Tale inconveniente nella logica sfuocata viene superato definendo un'opportuna *funzione di appartenenza* (vedi figura 1) che indica in che misura un titolo appartiene alla classe dei "titoli da vendere". Così un titolo con prezzo superiore a 100 è sicuramente vendibile (valore della funzione di appartenenza prossimo a 1), e un titolo con prezzo inferiore a 50 sicuramente non lo è (valore della funzione di appartenenza prossimo a 0). Per un titolo con prezzo pari a 75, che a seconda delle circostanze può essere giudicato sia vendibile che acquistabile da parte di un operatore, la funzione di appartenenza assume, coerentemente, un valore pari a 0,5.

Con la logica sfuocata, dunque, non si attribuisce ad un evento la sola condizione di "vero" o "falso", ma si può associare a quello stesso un vasta gamma di condizioni. In altre parole dal valore 1 (condizione VERA) al valore 0 (condizione FALSA) si può giungere attraverso una distribuzione continua di valori.

Un sistema pratico in logica "fuzzy" utilizza una lista di regole del tipo:

IF (*condizione*) AND (*condizione*) THEN (*conseguenza*),

e può essere scomposto in tre parti (Figura 2 ): *fuzzificazione* (confronto del valore d'ingresso con gli insiemi "fuzzy" prefissati e calcolo dei gradi di appartenenza ai vari insiemi); valutazione in base alla regola; *defuzzificazione* (conversione dei risultati del processo di valutazione in un valore d'uscita).

Analiticamente una singola regola "fuzzy" si indica nel modo seguente (3):

$R_i$ : if  $x_1$  is  $A_{i1}$  and  $x_2$  is  $A_{i2}$  and... and  $x_n$  is  $A_{in}$  Then  $y$  is  $B_i$ ,  $i=1,2,\dots,m$ .

Dove  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sono le variabili di input del sistema;

$y$  è la variabile di output;

$A_{ij}$  e  $B_i$  sono insiemi "fuzzy", le cui funzioni di appartenenza permettono di calcolare i valori di verità delle singole regole.

Nel nostro caso gli input del sistema sono dati dai valori ritardati della serie storica analizzata  $x_{(t-1)}, \dots, x_{(t-n)}$ , e l'output  $y$  rappresenta il valore previsto per la variabile futura  $x_t$ .

Poste alcune condizioni circa la forma delle funzioni di appartenenza  $A_{ij}(\bullet)$  e  $B_i(\bullet)$ , e circa gli operatori logici "and" e "then" (4), è possibile ottenere un'espressione in forma chiusa per il previsore di  $x_{(t+k)}$ :

$$\hat{x}_{t+k} = \frac{\sum_{i=1}^m b_i \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left(\frac{x_{t-j} - c_{ij}}{s_{ij}}\right)^2\right\}}{\sum_{i=1}^m \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left(\frac{x_{t-j} - c_{ij}}{s_{ij}}\right)^2\right\}}$$

Dove  $b_i, c_{ij}, s_{ij}$  sono dei parametri determinati tramite opportuni algoritmi di *clustering* e di affinamento ricorsivo.

**Applicazioni.** Di seguito si presentano i risultati del modello sfuocato applicato al FIB30 (contratto future sul MIB30, vedi figura 9), con l'obiettivo di una corretta previsione dei prezzi futuri. I dati utilizzati (serie giornaliera dei prezzi di chiusura) vanno dal 26/08/1996 al 21/09/1998, per un totale di 465 osservazioni. Per l'addestramento del modello sono state utilizzate le prime 450 osservazioni, mentre gli ultimi 15 dati sono stati utilizzati per la verifica delle "performance" previsive (5). Si è identificato un sistema con 15 input e 2 sole regole *fuzzy*, i cui risultati sono stati valutati sulla base di alcuni indicatori statistico-matematici (riportati in appendice). I valori che si sono ottenuti (Tabella 1) sono da riten-

ersi estremamente soddisfacenti (indice di profittabilità pari al 66%), soprattutto se consideriamo le difficoltà dei modelli matematici a dare indicazioni accettabili nel breve periodo.

**Tabella 1 : indici di performance per il modello con 15 input e 2 regole - FIB30.**

Mse	11,25
Mae	2,778
Theil	0,627
Cs	0,603
Rnp	0,667

Come già è stato anticipato il processo logico con cui si perviene alle previsioni è molto simile a quello che si usa nelle metodologie grafiche dell'analisi tecnica: in entrambi i casi, partendo dal presupposto che il movimento dei prezzi segua e tenda a ripetere nel tempo dei modelli caratteristici (ovvero che "la storia ripete se stessa"), si cerca di identificare delle analogie geometriche tra i movimenti passati e correnti dei prezzi. A differenza di quanto accade nell'analisi tecnica, però, la valutazione della somiglianza tra la recente evoluzione dei prezzi e le configurazioni passate (come pure l'identificazione delle stesse), avviene in modo oggettivo e rigoroso, e non sulla base del giudizio soggettivo del singolo operatore.

Le due regole identificate dal modello hanno la rappresentazione grafica indicata nelle figure 3 e 4.

Ognuna delle regole viene attivata nella misura in cui gli ultimi 15 valori della serie assomigliano (congiuntamente) ai primi 15 valori indicati nelle figure precedenti: l'ultimo valore (evidenziato) è il valore previsto dal modello qualora venga attivata solo quella regola.

Si noti che entrambe le configurazioni possono essere assimilate alla più classica tra le formazioni di analisi tecnica: la "trend line". Questo perché per una serie con una tendenza così ben definita come quella analizzata, tale figura (regola) è quella che permette di ottenere le indicazioni previsive migliori. Utilizzando un modello con 7 input e 7 regole, ad esempio, si ottengono delle configurazioni più varie, tra cui anche una "configurazione triangolare" ed il classico "testa e spalle" (figure 5 e 6). In una fase di mercato non ben definita tale modello può sicuramente dare dei risultati migliori: infatti ha un numero maggiore di regole, che permette di affrontare un numero più elevato di scenari evolutivi, e un numero minore di input, che diminuisce la dipendenza da valori lontani nel tempo. In

una fase di mercato ben definita, però, i risultati migliori li produce il modello con meno regole e più input (tabella 2).

**Tabella 2: indici di performance per il modello con 7 input e 7 regole - FIB30.**

Mse	13,05
Mae	2,88
Theil	0,676
Cs	0,6
Rnp	0,333

A riprova della validità delle metodologie esposte si riportano (Tabella 3) i risultati ottenuti analizzando la serie relativa al prezzo di chiusura del future sui titoli di stato tedeschi (BUND-Future) dal 13/08/1996 al 15/09/1998 (6). Coerentemente con quanto appena detto, lo studio di una serie meno trendizzata, (anche se di poco, vedi figura 10), ha portato ad identificare un modello con 25 input e 10 regole, tra cui oltre ad "uptrend" e "downtrend", ci sono anche formazioni grafiche di "inversione primaria" ("multitops", fig. 7; configurazione arrotondata, fig. 8).

**Tabella 3: indici di performance per il sistema con 25 input e 10 regole - BUND Future.**

Mse	0,376
Mae	0,534
Theil	0,587
Cs	0,667
Rnp	0,573

La forza del sistema sfuocato va rinvenuta nella sua capacità di discernere correttamente le regole da applicare nel momento storico considerato. Nella tabella 4 si riportano i gradi di soddisfacimento medio di alcune delle 10 regole identificate dall'ultimo modello considerato: le regole classificabili come "figure di inversione" hanno un grado di attivazione molto basso, mentre per i "trend" questo è molto elevato (gradi di soddisfacimento delle regole superiori a 0,4 sono difficilmente riscontrabili per serie di tipo finanziario, per loro natura molto volatili).

**Tabella 4 : grado di soddisfacimento medio delle singole regole.**

*Sistema con 25 input e 10 regole – BUND Future.*

<b>regole</b>	<b>grado di soddisfacimento medio delle singole regole</b>
<u>regola 3</u> : <i>uptrend</i>	0,4
<u>regola 4</u> : <i>uptrend</i>	0,3
<u>regola 7</u> : <i>rounded bottom</i>	0,00011
<u>regola 9</u> : <i>multitops</i>	0,00025

**Conclusioni.** Il vantaggio principale di un sistema *fuzzy* sta nella sua flessibilità: con i *fuzzy set* si elimina la necessità di una definizione precisa del cambiamento da uno stato (regime) all'altro, in quanto il sistema è in grado di giudicare e scegliere quali sono le regole più opportune da usare nella corrente fase di mercato, emulando, in tal senso, il modo di agire dell'operatore umano. Dato che ogni regola contribuisce solo ad una parte del risultato finale, si ha un algoritmo di calcolo più robusto di quello offerto dalla matematica tradizionale. Infatti, anche se una regola è stata definita in modo errato, il suo contributo è limitato e può essere controbilanciato da quelli delle regole definite correttamente.

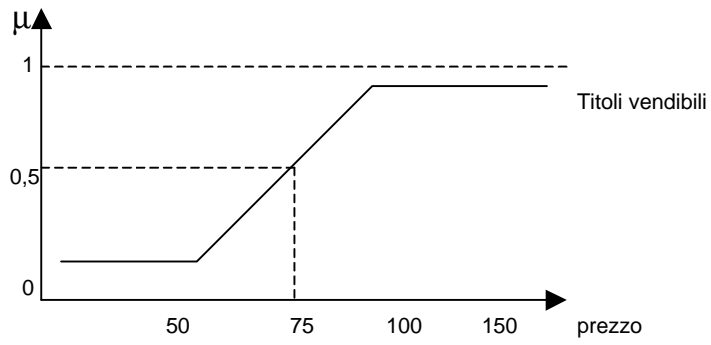
Inoltre dalle analisi condotte si è rilevato che le performance di tali modelli sembrano essere piuttosto stabili al variare del numero di regole e di input (7).

**Tabella 5 : indici di performance per il modello con 10 input e 2 regole - FIB30.**

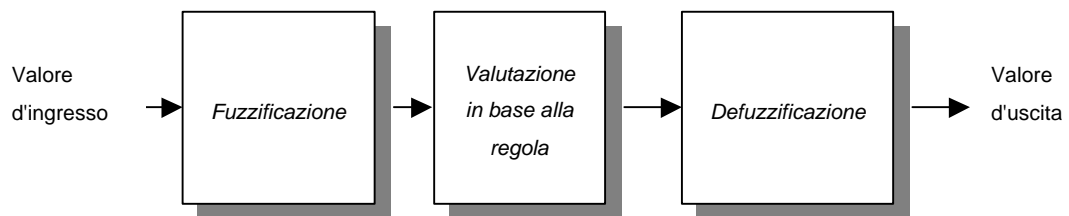
Mse	12,80
Mae	2,907
Theil	0,974
Cs	0,6
Rnp	0,277

**Tabella 6 : indici di performance per il modello con 15 input e 3 regole - FIB30.**

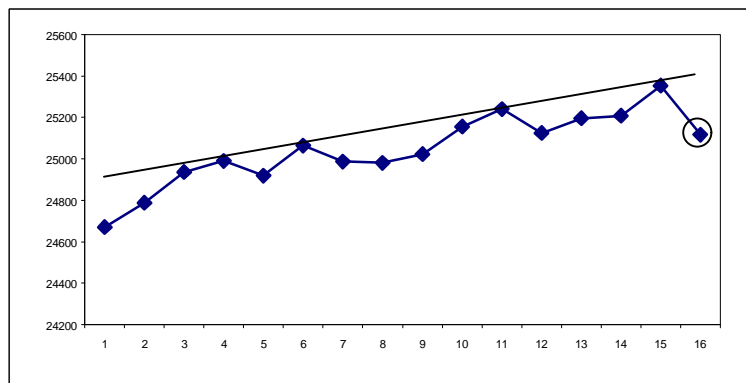
Mse	12,86
Mae	2,897
Theil	0,976
Cs	0,6
Rnp	0,277



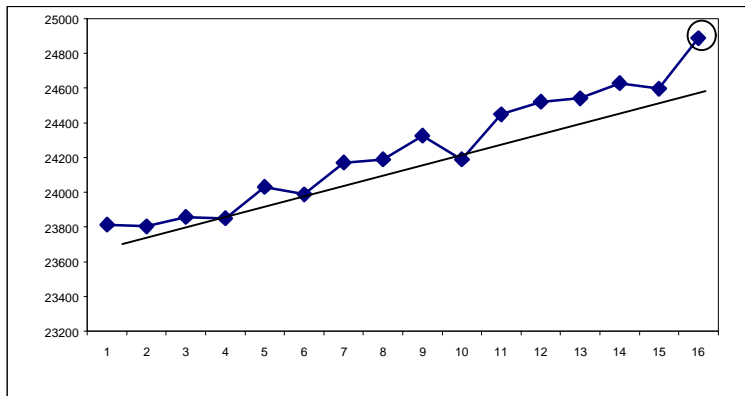
**Figura 1**



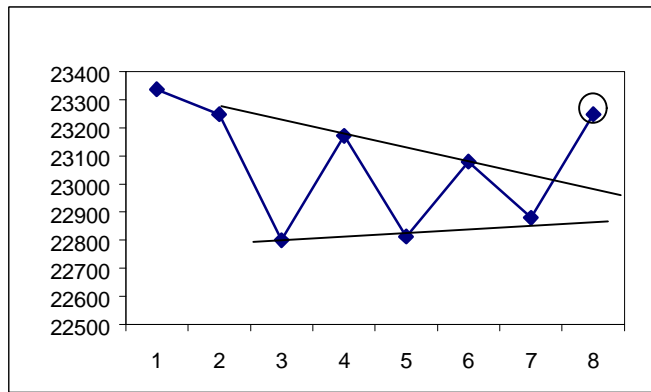
**Figura 2**



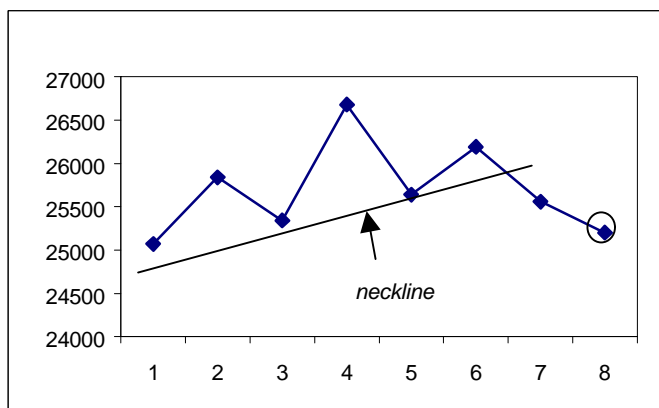
**Figura 3**



**Figura 4**

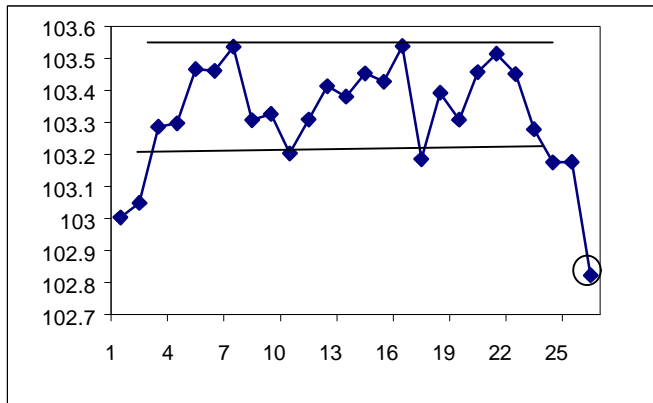


**Figura 5**

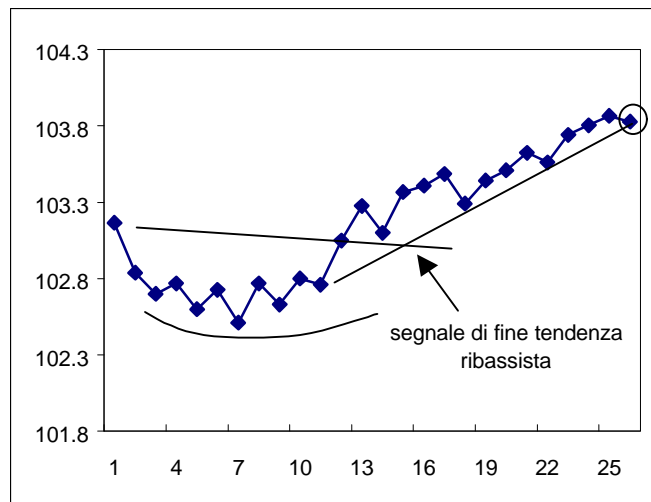


**Figura 6**

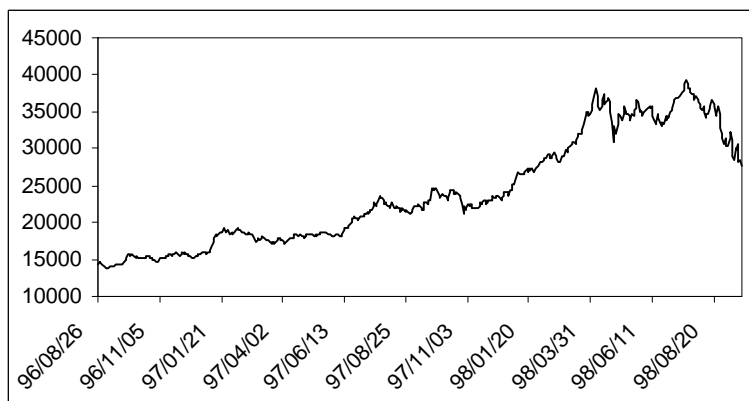




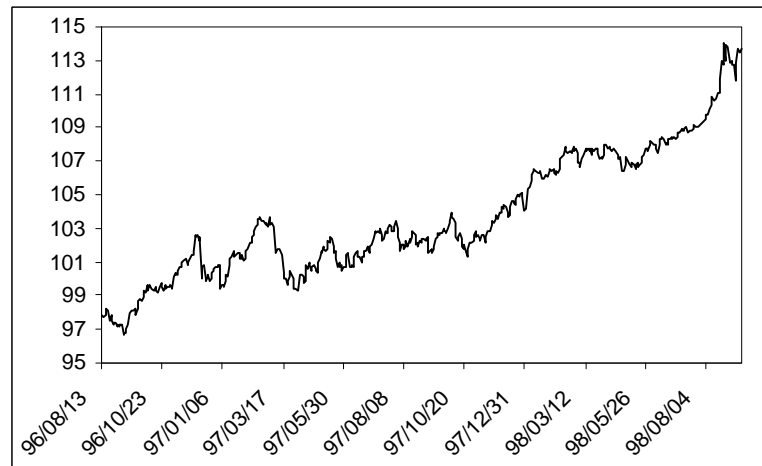
**Figura 7**



**Figura 8**



**Figura 9**



**Figura 10**

## Bibliografia

- Deboeck G.J. (1994) , “Trading on the edge: neural, genetic, and fuzzy systems for chaotic financial markets”.
- Forgy E.W. (1965) , “Cluster analysis of multivariate data. Efficiency versus interpretability of classifications” - Biometric Soc. Meeting, Riverside, California.
- Hecht-Nielsen R. (1990), “Neurocomputing” - Addison Wesley.
- Horikawa S., Furubashi T., e Uchikawa Y. (1992) , “On fuzzy modeling using fuzzy neural networks with the back-propagation algorithm” - *IEEE Trans. Neural Networks*; 3, 801-806.
- Kosko B. (1993) , "Fuzzy thinking: the new science of fuzzy logic." - Hyperion.
- Neftci S.N. (1991) , “Naive trading rule in financial markets and Wiener-Kolmogorov prediction theory: a study of Technical Analysis” – *Journal of business*; 4, 549-571.
- Sugeno M. Yasukawa (1993) , "A Fuzzy-Logic-Based approach to qualitative modeling" - *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*; 1, 7-31.
- Yager R.R. e altri (1987) , "Fuzzy sets and application. Selected papers by L.A. Zadeh" - John Wileys & Sons, New York.
- Zadeh L.A. (1968) , “Fuzzy sets” – *Information and Control*; 8, 338-353.
- Zadeh L.A. (1968) , “Fuzzy algorithm” – *Information and Control*; 12, 94-102.

## NOTE

1. La Logica Sfuocata - "Fuzzy Logic" - è stata ideata e messa a punto da Lofti A.Zadeh dell'Università di California (Berkeley) verso il 1965; da allora è stata condotta una notevole ricerca soprattutto nell'Estremo Oriente. Solo più recentemente il nuovo concetto è stato accettato in Occidente e Bart Kosko ha dimostrato che la teoria degli insiemi a due valori (logica classica o booleana) è un caso "speciale" della teoria degli insiemi fuzzy. Per una bibliografia essenziale sull'argomento si ricordano: Yager R.R. e altri (1987) - "Fuzzy sets and application. Selected papers by L.A. Zadeh" - John Wileys & Sons, New York; Kosko B. (1993) - "Fuzzy thinking: the new science of fuzzy logic." - Hyperion. Una

buona rassegna circa le possibili applicazioni della logica fuzzy in economia è contenuta in: Deboeck G.J.(1994) - "Trading on the edge: neural, genetic, and fuzzy systems for chaotic financial markets".

2. Sia  $X$  un insieme non vuoto. Un insieme sfuocato  $A$  in  $X$  è caratterizzato dalla funzione di appartenenza

$$\mu_A: X \rightarrow [0,1]$$

dove  $\mu_A(x)$  è interpretata come il grado di appartenenza dell'elemento  $x$  all'insieme "fuzzy"  $A$  per ogni  $x$  appartenente a  $X$ .

3. I modelli di riferimento (opportunamente perfezionati ed adattati) sono quelli presentati da Sugeno M. e Yasukawa M. (vedi Sugeno M. Yasukawa (1993) - "A Fuzzy-Logic-Based approach to qualitative modeling" - IEEE Trans. on Fuzzy Systems. **1**, 7-31).
4. Le funzioni di appartenenza devono essere di tipo gaussiano, e gli operatori "and" e "then" vanno interpretati, rispettivamente, come "somma" e "prodotto".
5. Si tratta, dunque, di previsioni fuori campione.
6. Anche in questo caso le ultime 15 osservazioni sono state utilizzate per verificare l'adeguatezza delle previsioni del modello.
7. Le tabelle 5 e 6 riportano i valori degli indici di performance calcolati sulle previsioni ottenute dai sistemi con, rispettivamente, 10 input e 2 regole, 15 input e 3 regole: come si vede i valori non si discostano molto da quelli contenuti nella tabella 1 (sistema con 15 input e 2 regole).