



WORKING PAPER n. 00.02

Marzo 2000

**La Struttura a Termine dei Tassi di Interesse e Trading su
Titoli: un Approccio con il Modello CIR al Mercato Italiano
dei BTP**

Fulvio Pegoraro¹

¹ GRETA Associati, Venezia

Sintesi

In tale articolo si valuta l'abilità del modello stocastico univariato di Cox, Ingersoll e Ross di identificare titoli caratterizzati da mispricing, ovvero caratterizzati da una condizione di sopravvalutazione (prezzo di mercato superiore al prezzo equo) o di sottovalutazione (prezzo di mercato inferiore al prezzo equo), e di fornire, conseguentemente, informazioni utili per il trading.

L'analisi empirica ha evidenziato non solo la capacità del modello CIR di ottenere informazioni economicamente rilevanti (capaci di condurre ad arbitraggi profittevoli), ma ha anche dato una prova importante del seguente legame: migliori sono le stime dei prezzi equi e maggiore sarà l'affidabilità delle informazioni fornite dai "pricing errors" sul mispricing dei titoli. L'analisi condotta ha evidenziato, inoltre, come il modello CIR (utilizzando le stime costruite con cross-section giornaliera e settimanale) sia "economicamente razionale" in quanto capace di adeguare i segnali per l'arbitraggio al livello di volatilità del mercato: tale modello sembra essere in grado di descrivere un'attività di trading (razionalmente) sensibile al maggior rischio connesso alla maggior volatilità

1.0 Introduzione: obiettivo e struttura dell'analisi empirica

Il presente articolo ha come obiettivo principale quello di valutare l'abilità del modello stocastico univariato di Cox, Ingersoll e Ross di identificare titoli caratterizzati da *mispricing*, ovvero caratterizzati da una condizione di sopravvalutazione (prezzo di

mercato superiore al prezzo equo, individuato dal modello) o di sottovalutazione (prezzo di mercato inferiore al prezzo equo), e di fornire, conseguentemente, *informazioni utili per il trading*.

Lo scopo, quindi, non è tanto quello di scoprire se il modello CIR è cross-sezionalmente, così come temporalmente compatibile con i dati osservati; piuttosto, mi propongo di scoprire se il modello, stimato giornalmente (con cross-section giornaliera e settimanale; le indicheremo con l'acronimo c.s.g. e c.s.s.), è in grado di fornire informazioni circa il futuro andamento dei prezzi dei titoli (nel nostro caso, i BTP) sulla base delle quali effettuare arbitraggi.

Il primo passo del lavoro consiste nello stimare giornalmente la struttura a termine dei tassi euro (a 1, 3, 6 e 12 mesi) e swap (a 2, 3, 4, 5, 7 e 10 anni), del mercato italiano, mediante il modello CIR e attraverso il metodo dei minimi quadrati nonlineari cross-sezionali (CSNLLS); il periodo campionario scelto va dal 29/10/92 al 01/04/94.

In questo modo ottengo la stima giornaliera della *term structure*, ovvero la stima giornaliera dei parametri del modello CIR (kq , $k+1$, s^2 e r).

Il secondo passo del lavoro vede la costruzione dei prezzi equi dei BTP (con maturity che vanno da 3 a 10 anni, per un totale di 8 diverse scadenze) mediante la somma dei valori attuali delle riscossioni (cedole e valore nominale) che mancano alla scadenza; l'attualizzazione viene eseguita moltiplicando la riscossione per il prezzo-CIR di un titolo a cedola nulla unitario, con maturity pari a quella della riscossione stessa (vedi equazione (1.2.3a)), calcolato grazie ai parametri stimati al primo passo.

Una volta costruiti i prezzi equi dei BTP, si passa alla fase finale dell'analisi: si va a verificare il *contenuto informativo delle deviazioni* tra prezzo osservato (corso tel quel) e prezzo equo

(stimato) e si testa se si possono *realizzare rendimenti positivi* acquistando (vendendo allo scoperto) titoli che in un dato giorno sono stati classificati come sottovalutati (sopravvalutati) in base ai *segnali* forniti dalle deviazioni medesime.

Per effettuare la prima verifica è stato seguito il seguente approccio: si è regredito l' "abnormal holding period return" (extra-rendimento per periodo di detenzione, dato dalla differenza tra il rendimento osservato e quello equo) di un titolo sul residuo passato (i.e., prezzo di mercato meno prezzo equo relativi ad un istante temporale precedente) che caratterizza il titolo stesso.

Questo test di regressione evidenzia un'utilità economica dei residui del modello, ovvero dall'analisi delle deviazioni (residui del modello) si possono ottenere informazioni utili sul mispricing dei titoli; tuttavia, questi risultati (riguardanti l'intero periodo campionario) si sono dimostrati non eccezionali, soprattutto se confrontati con quelli ottenuti, in un'applicazione analoga al mercato obbligazionario belga, da Sercu e Wu (1997).

Ora, la considerazione del fatto che il periodo campionario scelto fosse caratterizzato da alta volatilità (nell'autunno del '92: forte svalutazione della lira e uscita dallo S.M.E.; tra marzo e giugno del '93 la lira patisce una forte debolezza con il marco tedesco che porta il cambio a superare le 1000 lire) mi ha portato a considerare ed indicare in quest'ultima la causa dei non buoni risultati: le elevate "turbolenze" del mercato portano il modello univariato a produrre performances di fitting non ottimali, e queste causano un'alterazione delle informazioni sul mispricing dei titoli (l'analisi dei residui viene offuscata da distorsioni econometriche indotte da alta volatilità).

La conferma dell'esattezza di tale ragionamento deriva dall'applicazione del test di regressione a 3 sottoperiodi campionari (29/10/92-08/01/93, per un totale di 71 giorni; 20/10/93-13/12/93, per un totale di 55 giorni; 31/01/94-29/03/94, per un

totale di 57 giorni) : qui le stime dei prezzi sono caratterizzate da residui decisamente inferiori e qui i risultati del test migliorano notevolmente (sia come stima del parametro economicamente rilevante, sia come bontà della regressione: l' R^2 aggiustato passa da valori sempre inferiori all'8% a valori mediamente compresi tra il 15% e il 35%; Sercu e Wu hanno ottenuto un R^2 aggiustato pari al 7% o inferiore).

Questo risultato, estremamente importante, mi permette di evidenziare come il modello CIR sia in grado di individuare il mispricing che caratterizza i titoli e di fornire informazioni utili per il trading; tuttavia, tale proprietà dipende in maniera importante dalla capacità di fitting del modello (ovvero, dalla volatilità presente sul mercato): quanto migliori sono le stime, tanto migliori e più precise saranno le informazioni raccolte per impostare un arbitraggio su titoli profittevole.

La seconda verifica empirica che caratterizza l'articolo va ad osservare se effettivamente, grazie ai segnali forniti dai residui (ovvero, i segnali forniti dal modello) si possono realizzare arbitraggi profittevoli; tali segnali vengono lanciati secondo la seguente regola: quando il residuo percentuale è superiore all'errore (residuo) assoluto medio (M.A.E.) abbiamo un segnale di vendita allo scoperto di titolo sopravvalutato mentre, quando il residuo percentuale è inferiore al M.A.E., preso con valore negativo abbiamo un segnale di acquisto di titolo sottovalutato.

E' evidente, quindi, che i segnali si producono nel momento in cui i "pricing error" percentuali (forniti dal modello) escono dalle *bande per il trading* date dal M.A.E. preso con valore positivo (banda superiore), per i titoli sopravvalutati, e con valore negativo (banda inferiore), per i titoli sottovalutati.

Questa verifica empirica è stata condotta sia con logica *ex-post* che con logica *ex-ante*, in modo tale da avere un'impressione

più realistica delle capacità del modello: nel primo caso, le bande saranno date dal M.A.E. (con valore positivo e negativo) del periodo considerato, ovvero saranno delle bande costanti; nel secondo caso, invece, il trading esordisce con un M.A.E. costruito su osservazioni precedenti il periodo, e prosegue aggiornandone il livello di giorno in giorno in base ai nuovi residui che si creano: le bande avranno, quindi, un andamento irregolare che risente dell'andamento dei residui.

Queste argomentazioni mi hanno portato a introdurre la seguente terminologia: i segnali per il trading verranno indicati come **Segnali Impliciti** per il **Trading** (nel modello CIR), mentre le bande verranno indicate come **Bande Implicite** (nel modello CIR) per il **Trading** (nel modello CIR).

L'evidenza empirica di cui in parola (in ottica ex-post ed ex-ante) ha evidenziato chiaramente che un'eventuale attività di trading su titoli, in base ai segnali lungo i tre sottoperiodi, avrebbe portato a dei rendimenti cumulati (somma dei tassi di rendimento delle operazioni compiute nel periodo; il rendimento di ciascuna operazione è dato dal rapporto tra il guadagno netto dell'operazione e l'ammontare complessivo della posizione lunga) mediamente compresi tra il 4% e il 5% (con punte del 6,5%).

A conferma del ruolo cruciale giocato dalle stime dei prezzi equi, questa prova d'arbitraggio è stata ripetuta, lungo gli stessi sottoperiodi, utilizzando le bande implicite costruite con i residui dell'intero periodo campionario (i.e., utilizzando informazioni per il trading soggette a gravi distorsioni econometriche, indotte dalla volatilità): i risultati mostrano la realizzazione di un trading meno efficace, con rendimenti minori di 2, 4 punti percentuali, fino a 5 punti percentuali in meno quando il segnale indicava addirittura di non entrare nel mercato.

L'ultima verifica empirica dell'articolo, avvalendosi della tecnica di trading con i Segnali Impliciti, va a testare come le stime

con la cross-section settimanale siano “migliori” di quelle con la cross-section giornaliera quando si tratta di affrontare, con il modello CIR (modello univariato), la previsione su titoli a media e lunga scadenza in periodo di alta volatilità: è la c.s.s. che, per costruzione, è in grado di raccogliere l’informazione connessa con l’elevata variabilità dei dati provocata dalla volatilità (vedi sezione 1.3.6).

Sia nel test di regressione che nel test con regola di trading è stato introdotto un ritardo ($Lag = 1$; nella sez. 1.3.6 si parlerà di “lagged” trading) tra il momento in cui si individua il mispricing e il momento in cui si esegue l’operazione, in modo tale da osservare la rapidità o meno del mercato nell’individuare ed eliminare margini di arbitraggio.

1.1 Lo schema analitico di riferimento: il modello CIR

La presenza, in letteratura, di una vasta gamma di modelli stocastici per la struttura a termine dei tassi d’interesse, ci pone di fronte al problema della scelta del modello. Ora, partendo dal presupposto di limitarci ai modelli uni-fattoriali (l’utilizzo di modelli multi-fattoriali può essere una seconda risposta alla domanda posta all’inizio di tale lavoro, ma non certo la prima), i due motivi che mi hanno indotto a scegliere il modello CIR sono i seguenti:

- Il modello CIR (Cox, Ingersoll e Ross, 1985a-b) è un modello di Equilibrio Economico Generale che, in quanto tale, ci consente di costruire il prezzo equo (del titolo obbligazionario) da confrontare col relativo prezzo di mercato, e di individuare conseguentemente l’eventuale “disallineamento” (residuo del modello). E’ per questo motivo, evidentemente, che non è stato scelto un modello di non-arbitraggio: questa categoria ha come propria caratteristica peculiare quella di attribuire al modello

una struttura quantitativa e parametrica calibrata in modo tale da renderlo esattamente coerente con la struttura a termine corrente; questo fa sì, quindi, che il prezzo del modello coincida sempre col prezzo di mercato, con la conseguente incapacità congenita di fornire un disallineamento da analizzare.

- La determinazione del prezzo scaturisce da una soluzione in forma chiusa; brevemente, presento la struttura analitica del modello: la legge del moto che descrive la dinamica del processo r è definita dalla seguente equazione differenziale stocastica:

$$dr = k(\mathbf{q} - r)dt + \mathbf{s}\sqrt{r} \cdot dZ$$

dove $k(\mathbf{q} - r)$ è il tasso di drift istantaneo (mean reversion, per $k > 0$), $\mathbf{s}\sqrt{r}$ è il coefficiente di diffusione e Z è un processo di Wiener standard (processo stocastico ad incrementi stazionari e indipendenti).

Dato che tutta l'incertezza dell'economia è riassunta dal tasso istantaneo r , il prezzo di uno zcb (titolo certo) sarà funzione soltanto di r e del tempo:

$$P = P(r, t; T) \quad ,$$

applicando il lemma di Ito a P , si ricava la seguente espressione per il tasso di rendimento istantaneo:

$$\begin{aligned} dP &= P_r dr + P_t dt + \frac{1}{2} P_{rr} (dr)^2 = \left(P_r k \cdot (\mathbf{q} - r) + P_t + \frac{1}{2} P_{rr} \mathbf{s}^2 r \right) dt + P_r \mathbf{s} \sqrt{r} \cdot dZ \\ &\equiv \mathbf{m}_p P dt + \mathbf{s}_p P dZ \end{aligned}$$

$$\text{dove: } \mathbf{m}_p \equiv \frac{\left(P_r k \cdot (\mathbf{q} - r) + P_t + \frac{1}{2} P_{rr} \mathbf{s}^2 r \right)}{P} \quad , \quad \mathbf{s}_p \equiv \frac{P_r \mathbf{s} \sqrt{r}}{P} \quad \text{e, dove:}$$

$$P_r = \frac{\partial P}{\partial r}, \quad P_t = \frac{\partial P}{\partial t}, \quad P_{rr} = \frac{\partial^2 P}{\partial r^2}.$$

In base alla condizione di non arbitraggio (l'eccesso di rendimento atteso istantaneo dello zcb rispetto al tasso istantaneo privo di rischio r deve essere uguale ad un certo premio per il rischio: $\frac{m_p - r}{s_p} = \Pi$) e alla forma del prezzo di

mercato del rischio (la forma di Π è ricavata dalla struttura di equilibrio generale sottostante al modello:

$$\Pi = \frac{\text{Cov}\left(\frac{dW}{W}, dr\right)}{s\sqrt{r}} = \frac{I \cdot r}{s\sqrt{r}} = \frac{I\sqrt{r}}{s};$$

λ è una sorte di coefficiente per il

rischio di mercato) otteniamo l'equazione fondamentale (equazione differenziale stocastica alle derivate parziali di tipo parabolico) per determinare il prezzo d'equilibrio dello zcb:

$$\frac{1}{2} P_{rr} s^2 r + P_r [kq - (k+1)r] + P_t - rP = 0$$

con condizione terminale: $P(r, T, T) = 1$.

La soluzione è:

$$P(r, t, T) = A(t) \exp[-B(t)r] \tag{1.1.1}$$

dove: $T - t = t$ e

$$A(t) = \left[\frac{\Phi_1 \exp(\Phi_2 t)}{\Phi_2 [\exp(\Phi_1 t) - 1] + \Phi_1} \right]^{\Phi_3} \tag{1.1.2}$$

$$B(t) = \frac{\exp(\Phi_1 t) - 1}{\Phi_2 [\exp(\Phi_1 t) - 1] + \Phi_1} \tag{1.1.3}$$

con:

$$\Phi_1 = \sqrt{(k+I)^2 + 2s^2} \quad (1.1.4)$$

$$\Phi_2 = \frac{k+I + \Phi_1}{2} \quad (1.1.5)$$

$$\Phi_3 = \frac{2kq}{s^2} \quad (1.1.6).$$

Si osservi che, per maturity piccole, $P(r, t; T) \approx \exp[-rt]$ e il rendimento alla scadenza $Y(r, t; T) = -\frac{\log[P(r, t)]}{t}$ si approssima ad r ; quando la maturity tende a più infinito, si ha che $P(r, t; T) \approx \exp[-(\Phi_1 - \Phi_2)\Phi_3 t]$, e il rendimento alla scadenza diviene $Y(r, t; T) \approx Y(\infty) = \frac{2kq}{k+I+g} = (\Phi_1 - \Phi_2)\Phi_3$.

Da questa proprietà delle formule (1.1.1)-(1.1.6) emerge come il prezzo stimato dal modello CIR, per un titolo a cedola nulla unitario (cioè, un titolo che a scadenza rimborsa il valore nominale di una lira), possa essere identificato in un *fattore di attualizzazione equo*: al variare della maturity la formula muta la propria struttura in modo tale da fornire un'attualizzazione equa e adeguata all'arco temporale di attualizzazione.

Questa proprietà ci permetterà di costruire il prezzo equo di un coupon bond partendo dai prezzi equi di discount bond unitari (applicati alle cedole e al valore nominale di rimborso).

1.2 Dati e procedura di stima

1.2.1 Cross-section giornaliera (c.s.g.) e cross-section settimanale (c.s.s.)

Come evidenziato nel paragrafo 1.0, il primo passo dell'analisi empirica consiste nello stimare giornalmente la "term

structure” grazie ai dati sui tassi euro e swap (mercato italiano) dal 29/10/92 al 01/04/94, per un totale di 372 osservazioni giornaliere. Ogni cross-section ha a disposizione 10 osservazioni, 4 per i tassi euro e 6 per i tassi swap; si riporta qui di seguito una tabella che espone le statistiche fondamentali dei dati di cui in parola.

La procedura di stima prevede l’uso dei CSNLLS non solo sulle cross-section giornaliere, ma anche su cross-section settimanali: questo tipo di c.s. è stata costruita prendendo 5 c.s. giornaliere (5 osservazioni temporali, dei 5 giorni di borsa aperta, da 10 dati ciascuna, i.e. una matrice di 50 elementi) che vengono incolonnate in modo tale da formare un vettore di 50 elementi (la c.s. settimanale) su cui si produrrà la stima i cui risultati verranno attribuiti al quinto giorno (si perdono, quindi, le prime 4 osservazioni).

- Tabella 1 -

Statistiche fondamentali dei tassi euro e swap;				
periodo: 29/10/92 - 01/04/94;				
Maturity (month/year)	Max.	Min.	Mean	St. D.
1 m.	0,15	0,08	0,102287	0,0192233
3 m.	0,1475	0,08	0,101689	0,0192907
6 m.	0,14125	0,07938	0,100262	0,0191078
1 y.	0,1375	0,07813	0,099346	0,0187131
2 y.	0,136	0,07535	0,098038	0,0188376
3 y.	0,134	0,0755	0,098217	0,0182684
4 y.	0,132	0,07605	0,098926	0,0178608
5 y.	0,132	0,07675	0,099723	0,0175664
7 y.	0,131	0,07875	0,101183	0,0167808
10 y.	0,13	0,08075	0,102301	0,0161412

In sostanza, alla matrice di 50 elementi viene applicato l’operatore $\text{vec}(\cdot)$ che ci porta ad ottenere un vettore di 50 elementi.

Inoltre, questa finestra settimanale si sposta lungo l'arco delle osservazioni giornaliere con un passo di aggiornamento a sua volta giornaliero: per la stima del sesto giorno si eliminano i 10 elementi del primo giorno e si aggiungono i 10 del sesto giorno, e così per ogni passo.

La motivazione che ci ha spinto a condurre l'analisi utilizzando anche la c.s.s. sta nel fatto che quest'ultima, *considerando un range di variabilità dei dati maggiore* rispetto a quello considerato dalla c.s.g., possa fornire delle stime per il trading tanto migliori quanto maggiore è la variabilità nel tempo delle osservazioni stesse; in sostanza, la convinzione (da verificare empiricamente) è che la c.s.s. possa fornire previsioni migliori sull'andamento dei prezzi per quei periodi caratterizzati da una elevata variabilità dei dati, ovvero caratterizzati da un *mercato fortemente volatile*.

La c.s.s. si propone, quindi, come uno strumento con il quale affrontare le previsioni nei periodi, e in particolare su quei titoli, per i quali il modello CIR è più debole.

1.2.2 Risultati empirici sui tassi euro e swap

Si riportano qui di seguito i risultati delle stime dei parametri e dei residui del modello CIR, e si vedano i grafici 1, 2 e 3 sulla struttura a termine reale e stimata a fine articolo:

- Tabella 2 - ¹

Modello CIR (stime: cross-section giornaliera; dati: tassi euro e swap)										
	$\Phi 1$	$\Phi 2$	$\Phi 3$	σ^2	$k+\lambda$	$k\theta$	θ^*	r	$Y(\infty)$	μ^*
Max.	0,7457	0,7101	3,60764	0,0509	0,6745	0,0918	0,1362	0,1453	0,1294	0,0145
Min.	0,7010	0,6736	2,77874	0,0369	0,6462	0,0513	0,0794	0,0778	0,0761	-0,0150
Mean	0,7213	0,6901	3,15204	0,0431	0,6589	0,0685	0,1038	0,1002	0,0990	0,0024
St. D.	0,0142	0,0116	0,26357	0,0044	0,0089	0,0128	0,0179	0,0200	0,0168	0,0056

- Tabella 3 -

Modello CIR (stime: cross-section settimanale; dati: tassi euro e swap)										
	$\Phi 1$	$\Phi 2$	$\Phi 3$	σ^2	$k+\lambda$	$k\theta$	θ^*	r	$Y(\infty)$	μ^*
Max.	0,7451	0,7097	3,5840	0,0505	0,6742	0,0905	0,1344	0,1441	0,1277	0,0135
Min.	0,7014	0,6739	2,7876	0,0370	0,6464	0,0516	0,0799	0,0780	0,0766	-0,0137
Mean	0,7212	0,6900	3,1508	0,0431	0,6589	0,0685	0,1037	0,1000	0,0990	0,0024
St. D.	0,0142	0,0115	0,2633	0,0044	0,0089	0,0127	0,0179	0,0194	0,0168	0,0054

¹ Con q^* indichiamo il tasso “normale” (medio) di lungo periodo aggiustato per il rischio, a cui tende r ; $(k + I)$ è il coefficiente di mean reversion aggiustato per il rischio; $Y(\infty)$ è il rendimento alla scadenza con maturity infinita; μ^* è il termine di drift aggiustato per il rischio.

- Tabella 4 - 2

Residui cross-sezionali del modello CIR su tassi euro e swap (metodo:CSNLLS)										
	Cross-section: giornaliera					Cross-section: settimanale				
	Max.	Min.	Mean	MAE	AC	Max.	Min.	Mean	MAE	AC
E. 1m	0,008	-0,005	0,0020	0,0021	0,8741	0,0116	-0,0068	0,0017	0,0022	0,7579
E. 3m	0,0073	-0,0004	0,0013	0,0013	0,7736	0,0081	-0,0052	0,0009	0,0015	0,7404
E. 6m	0,0018	-0,0056	-0,0003	0,0007	0,6376	0,0044	-0,0062	-0,0006	0,0011	0,6261
E. 1y	0,0023	-0,0056	-0,0013	0,0015	0,7919	0,0038	-0,0061	-0,0016	0,0018	0,7695
S. 2y	0,0010	-0,0053	-0,0025	0,0026	0,9298	0,0022	-0,0075	-0,0028	0,0029	0,8529
S. 3y	0,0006	-0,0044	-0,0021	0,0021	0,9437	0,0020	-0,0066	-0,0023	0,0025	0,8193
S. 4y	0,0006	-0,0027	-0,0012	0,0012	0,9446	0,0029	-0,0056	-0,0014	0,0016	0,7647
S. 5y	0,0009	-0,0010	-0,0002	0,0004	0,8910	0,0035	-0,0041	-0,0004	0,0009	0,7218
S. 7y	0,0033	-0,0006	0,0015	0,0015	0,9467	0,0056	-0,0022	0,0013	0,0015	0,7816
S.10y	0,0056	-0,0012	0,0028	0,0028	0,9681	0,0066	-0,0021	0,0026	0,0027	0,8763

Dall'analisi della tabella 4 si osserva come il M.A.E. sui residui da c.s.g. sia inferiore al M.A.E. derivante da c.s.s. (tranne che per gli swap a 7 e 10 anni), ovvero le stime dei tassi con la cross-section giornaliera producono mediamente dei residui minori rispetto alle stime con cross-section settimanale (tranne che sulle maturity lunghe). Questo risultato è conseguenza del fatto che la c.s.s. produce una stima che non è condotta sulle sole osservazioni

² Con AC indichiamo l'autocorrelazione (dei residui) del primo ordine ($k = 1$) calcolata con il seguente stimatore (con \hat{m} indichiamo la media campionaria sulle n osservazioni di X):

$$\hat{r}(k) = \frac{\hat{g}(k)}{\hat{g}(0)} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=k+1}^n (X_t - \hat{m})(X_{t-k} - \hat{m})}{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (X_t - \hat{m})^2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots;$$

Si noti che $\hat{g}(0)$ è lo stimatore della varianza. Lo stimatore proposto per $r(k)$ (funzione di autocorrelazione globale) è *consistente e asintoticamente corretto* ed è *più efficiente* dello stimatore che prevede $1/(n-k)$ quale denominatore di $\hat{g}(k)$ (D. Piccolo (1990), pag. 69).

del quinto giorno, ma nasce da una “*media delle osservazioni del giorno stesso e dei quattro precedenti*”; da ciò deriva che vi sia, generalmente, una perdita di precisione rispetto alla stima con la c.s.g..

Tuttavia, vedremo più avanti (per la costruzione dei prezzi equi dei BTP) come la c.s.s. manifesterà la propria importanza e la propria forza: soprattutto, quando sarà necessario affrontare periodi ad elevata volatilità e, in particolare, le maturity più sensibili alla volatilità (quelle a medio-lungo termine).

1.2.3 La costruzione dei prezzi equi per i BTP

Secondo quanto noto in letteratura, un coupon bond di valore nominale V , che paga periodiche cedole di ammontare C (per residue n volte), può essere visto come un portafoglio di $n-1$ discount bonds del valore nominale di C , ciascuno dei quali con scadenza pari alla data di pagamento della cedola corrispondente, più un discount bond del valore nominale di $C+V$, con scadenza pari a quella del coupon bond stesso.

Ora, grazie alle stime dei parametri del modello CIR attraverso i tassi euro e swap, e in base alle proprietà della formula (1.1.1) evidenziate alla fine del paragrafo 1.1, possiamo costruire il prezzo equo di un BTP mediante la somma dei “valori attuali equi” delle riscossioni che mancano alla scadenza.

Se indichiamo il prezzo equo di cui alla formula (1.1.1) con $P_d^e(t, t_i; \Phi_t)$, con $\Phi_t = \{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, r_t\}$, e indichiamo col vettore \mathbf{c} le riscossioni che mancano alla scadenza e che verranno pagate agli istanti temporali organizzati nel vettore \mathbf{t}_i , allora il prezzo equo in t di un BTP (coupon bond) può essere così rappresentato:

$$X_c^e(t, \mathbf{c}, \mathbf{t}_i, \Phi_t) = \sum_{t_i > t} c_i P_d^e(t, t_i; \Phi_t) \quad (1.2.3a).$$

Una volta determinato il prezzo equo del BTP, avendo a disposizione il prezzo di mercato $X_c^\circ(t, T)$ del medesimo, possiamo impostare una relazione d'uguaglianza che ci porta ad evidenziare il residuo su cui si valuterà il mispricing:

$$X_c^\circ(t, T) - X_c^e(t, \mathbf{c}, \mathbf{t}_i, \Phi_t) = \mathbf{e}_c(t, \Phi_t) \quad (1.2.3b),$$

con Φ_t = set di parametri stimati del modello CIR (con c.s.g. e c.s.s.);

$\mathbf{e}_c(t, \Phi_t)$ = residuo, ovvero disallineamento tra il prezzo osservato e il prezzo equo: fissato l'istante temporale di valutazione, tale valore è funzione dei parametri stimati, ovvero è funzione della metodologia di stima usata (c.s.g./c.s.s.).

I dati reali sui BTP che sono stati utilizzati, riguardanti evidentemente lo stesso periodo campionario dei tassi euro e swap, si caratterizzano per 323 osservazioni giornaliere, e ciascuna osservazione giornaliera porta la quotazione tel quel di 8 BTP con maturity da 3 a 10 anni (precisamente: 3, 4, 4.5, 5, 8.5, 9, 9.5 e 10 anni); per ognuna delle otto maturity veniva scelto il BTP che, fra tutti quelli presenti sul mercato e aventi il medesimo tempo a scadenza (ovvero, lo stesso numero di cedole ancora da pagare), era stato caratterizzato dal maggior volume di scambi. I set di dati, con le osservazioni giornaliere sui tassi euro e swap e sui prezzi dei BTP, sono stati gentilmente forniti dal Professor A. Berardi: per questo motivo non si è scelto un periodo campionario più recente.

Con questo criterio di composizione è stato costruito il set di dati, del quale riportiamo una tabella con le statistiche fondamentali:

- Tabella 5 -

Statistiche fondamentali dei BTP (prezzi tel quel); periodo: 29/10/92 - 01/04/94;				
Maturity (years)	Max.	Min.	Mean	St. D.
3 y.	112,0428	96,83222	102,2894	2,598423
4 y.	116,7939	95,20667	106,733	5,865201
4,5 y.	118,3728	95,06333	106,5474	6,236294
5 y.	115,1436	94,46194	102,0248	3,294476
8,5 y.	122,5833	93,51667	109,216	9,555148
9 y.	124,81	93,08667	109,3436	9,798817
9,5 y.	121,9794	93,3	106,7087	8,417311
10 y.	110,1844	92,34389	101,0058	4,245154

I risultati riguardanti le stime sui BTP sono analizzati dalla tabella 6 (riportata qui di seguito) mediante l'esposizione delle statistiche fondamentali sui *residui percentuali* (residuo diviso prezzo di mercato); il fatto di effettuare un'analisi dei residui percentuali è giustificata dal fatto che i residui di titoli con diverse maturity non sono confrontabili tra di loro (e quindi, anche le relative statistiche) in quanto derivanti da prezzi aventi livelli medi diversi (vedi la Mean di tabella 5): infatti, se si osserva si nota come il prezzo medio osservato dei BTP a 3 anni sia decisamente inferiore rispetto al prezzo medio osservato per i BTP a 9 anni, e quindi un residuo di 2 lire sul primo è un errore decisamente superiore al rispetto medesimo residuo di 2 lire sul secondo.

Fatta questa considerazione, che garantisce la confrontabilità dei risultati, non resta che rimandare alla tabella 6.

**- Tabella 6 (periodo campionario intero:
dal 29/10/92 al 01/04/94) -**

Residui percentuali cross-sezionali BTP: (pr. di mercato - pr. equo) / pr. di mercato (mod. CIR stimato con tassi euro e swap)										
	Cross-section: giornaliera					Cross-section: settimanale				
	Max.	Min.	Mean	MAE	AC	Max.	Min.	Mean	MAE	AC
BTP 3y	0,017	-0,0341	-0,0049	0,008	0,9968	0,0139	-0,0276	-0,0044	0,0069	0,9967
BTP 4y	0,0052	-0,0535	-0,019	0,0191	0,9968	-0,0016	-0,0449	-0,0183	0,0183	0,9968
BTP 4,5y	0,0146	-0,0622	-0,0219	0,0223	0,9968	0,0035	-0,0515	-0,0212	0,0213	0,9968
BTP 5y	0,0234	-0,0589	-0,0138	0,0166	0,9968	0,0127	-0,0476	-0,013	0,0147	0,9968
BTP 8,5y	0,0129	-0,1105	-0,0475	0,0478	0,9968	0,0103	-0,0897	-0,0463	0,0466	0,9968
BTP 9y	0,011	-0,1128	-0,049	0,0493	0,9968	0,006	-0,0917	-0,0479	0,048	0,9968
BTP 9,5y	0,0122	-0,1194	-0,0501	0,0506	0,9968	0,0118	-0,0998	-0,0489	0,0491	0,9968
BTP 10y	0,036	-0,1083	-0,0381	0,0405	0,9968	0,0177	-0,0872	-0,0368	0,0382	0,9968

Dal confronto tra il M.A.E. su residui da cross-section giornaliera e il M.A.E. su residui da cross-section settimanale, si può osservare un risultato opposto rispetto a quello ottenuto sui tassi euro e swap: ora sono i residui ottenuti con la c.s.s. ad essere mediamente inferiori ai residui ottenuti con la c.s.g.: evidentemente, la formula (1.2.3a) va a modificare il comportamento dei residui individuato per i tassi euro e swap.

L'ultimo aspetto da evidenziare sui dati di cui sopra è che il modello CIR induce la formazione di residui minori sui BTP con maturity fino a 5 anni; nel momento in cui "salta" su maturity superiori (da 8.5 a 10 anni) il M.A.E. aumenta dalle due alle quattro volte: si vedano, come esempio, i grafici 4, 5 e 6.

Questo fenomeno è semplicemente connesso alla struttura del modello CIR: questo modello univariato, infatti, lega la creazione della struttura a termine al tasso spot a brevissima scadenza r (*variabile esplicativa*), e quindi la sua capacità

esplicativa mostra le performances migliori quando è chiamato a fittare su scadenze analoghe, ovvero su scadenze brevi o medie. Quando il modello è chiamato a stimare il segmento a lungo termine della struttura, ovvero quando è chiamato a stimare i prezzi equi di titoli lunga scadenza, mostra dei cedimenti congeniti: non si può “spiegare bene” il segmento a lungo termine quando si hanno a disposizione le sole informazioni di una variabile esplicativa “a breve termine”.

1.3 Il contenuto informativo dei residui

In base a quanto evidenziato dall'equazione (1.2.3b), la differenza tra il prezzo osservato e quello equo del titolo genera un residuo che può essere oggetto di una analisi ai fini della classificazione di un titolo come sopravvalutato (residuo positivo) o sottovalutato (residuo negativo).

Ora, si deve tener presente che l'esistenza di tale disallineamento può derivare non solo da una reale condizione di mispricing che caratterizza il titolo (**fattore di arbitraggio**), ma può anche essere il risultato di una cattiva scelta del modello, ovvero di una non ottimale stima dei parametri provocata da elevata volatilità del mercato e da elevata maturity del titolo (**fattore econometrico**, indotto), oppure può essere il frutto di entrambi i fattori.

Se il residuo deriva (anche) da un reale mispricing, allora il trading sulla base dei residui indotti dal modello CIR darà dei risultati positivi, e questi saranno tanto migliori quanto migliori saranno le stime.

Infatti, quanto più è assente nel residuo il fattore econometrico tanto più limpidi e affidabili saranno i segnali prodotti nel residuo stesso dal fattore di arbitraggio: si può

ritenere, in sostanza, che la presenza di una distorsione econometrica possa “nascondere” una posizione, per es., di sopravvalutazione (mispricing positivo) a tal punto da farla “apparire” come sottovalutazione (residuo negativo), inducendo così un errato segnale di trading con conseguenze finanziarie non piacevoli.

E' obbiettivo delle prossime pagine analizzare se il modello scelto è in grado di cogliere informazioni sul mispricing dei titoli analizzati, valutare se effettivamente è valida l'argomentazione teorica di cui sopra, ovvero se il contenuto informativo dei residui migliora al migliorare delle stime e, infine, testare se tali informazioni portano effettivamente a dei guadagni.

Le sezioni seguenti di tale paragrafo si strutturano nel seguente modo: nella sezione 1.3.1 si definisce il rendimento per periodo di detenzione e il rendimento atteso (d'equilibrio) per periodo di detenzione; quest'ultimo servirà da benchmark per costruire l'extra-rendimento (*abnormal return*) usato nel test di regressione (descritto e analizzato nella sezione 1.3.2); è nella sezione 1.3.3 che si analizza empiricamente la presenza o meno di un legame tra la bontà delle stime e il contenuto informativo dei residui (è sempre in questa sezione che si accenna alle capacità della c.s.s. nell'affrontare le turbolenze del mercato); nella sezione 1.3.4 e 1.3.5 si testano i residui con una tecnica di trading che valuterà se i segnali di compravendita prodotti dal modello CIR (in ottica ex-post ed ex-ante) portano effettivamente a perseguire dei rendimenti da arbitraggio positivi; nell'ultima sezione, la 1.3.6, si cerca di dare una prova delle proprietà della c.s.s. (è qui, inoltre, che emerge un'importante considerazione sulla “razionalità economica” per il trading del modello CIR).

1.3.1 Rendimento (di mercato) e rendimento atteso (equo) per periodo di detenzione

Al fine di eseguire un test di regressione per verificare la presenza di mispricing nei residui, bisogna definire delle quantità strumentali alla costruzione del test medesimo. Queste quantità sono l'”*holding period return*”, l'”*expected holding period return*” e l'”*abnormal return*”. Se indichiamo ancora con Φ_t il set di parametri del modello stimati all'istante temporale t , e indichiamo con $X_c^e(\Phi_t)$ il prezzo stimato e con $X_c^\circ(t, T)$ il prezzo osservato in t , allora possiamo dare le seguenti definizioni:

- Holding period return (del titolo i -simo):

$$HP_{i,t} = \frac{X_{c,i}^\circ(t, T) - X_{c,i}^\circ(t-1, T) + c(t)}{X_{c,i}^\circ(t-1, T)} \quad (1.3.1a);$$

se t è misurato in giorni, allora questo sarà un $HP_{i,t}$ giornaliero ($c(t)$ = cedola eventualmente pagata dal coupon bond in t).

- Expected holding period return (del titolo i -simo):

$$E_t[HP_{i,t} | \Phi_{t-1}, \Phi_t] = \frac{X_{c,i}^e(\Phi_t) - X_{c,i}^e(\Phi_{t-1}) + c(t)}{X_{c,i}^e(\Phi_{t-1})} \quad (1.3.1b);$$

tale equazione fornisce una misura del rendimento equo, atteso, dell'investimento, ovvero il rendimento che si otterrebbe dal mercato se questo fosse in equilibrio, in base alle indicazioni del modello CIR; in sostanza, tale quantità esprime un rendimento che tiene conto dei movimenti attesi del mercato: è un rendimento che “cattura i movimenti di mercato”.

- Abnormal return (del titolo i -esimo):

$$AR_{i,t} = HP_{i,t} - E_t(HP_{i,t} | \Phi_{t-1}, \Phi_t) \quad (1.3.1c);$$

quest'ultima equazione mette evidenza come l'eliminazione dal rendimento "grezzo" $HP_{i,t}$ di quella quota di rendimento "diffusa" (normale), tipica del mercato (rendimento connesso al movimento di mercato), porta ad isolare quella componente del rendimento di un investimento connessa con le caratteristiche peculiari del titolo (stato di sopravvalutazione e sottovalutazione) e sulle quali si può agire per ottenere guadagni extra rispetto a quelli che fornirebbe un investimento che replica sostanzialmente l'andamento del mercato.

1.3.2 Test di regressione

Per verificare se nel residuo (differenza tra prezzo osservato e prezzo equo) generato dal modello CIR esiste una componente genuina di mispricing costruiamo il seguente test di regressione, concentrandoci innanzitutto sul brevissimo periodo (trading giornaliero): regrediamo l' $AR_{i,t}$ di un titolo (i -simo) maturato tra l'istante $t-1$ e t sul residuo percentuale osservato in $t-1$. Tale regressione ha, quindi, la seguente forma:

$$AR_{i,t} = a + b \cdot \frac{e_c(t-1, \Phi_{i,t-1})}{X_{c,i}^\circ(\Phi_{t-1})} + u_t \quad (1.3.2a),$$

dove $AR_{i,t}$ è la quantità definita dalla (1.3.1c), ovvero il rendimento in eccesso rispetto a quello di mercato, e dove u_t è un white noise gaussiano.

Eseguita la regressione, la risposta alla domanda d'esordio di tale sezione è data dal valore assunto dal coefficiente b (**parametro economicamente rilevante**). Possiamo individuare 3 casi:

- Se $b = 0$ e $a = 0$, il residuo che si forma all'istante $t-1$ è totalmente non informativo sul mispricing da sfruttare all'istante t , e ciò può essere dovuto o ad una sostanziale inesistenza di mispricing (effetto distorsivo del fattore econometrico) o perché i tempi di reazione del mercato sono più lunghi di un giorno (il trader ha chiuso la propria posizione troppo presto).
- Se $b = -1$, abbiamo la situazione diametralmente opposta, ovvero il residuo in $t-1$ è totalmente informativo per il trading aperto in $t-1$ e chiuso in t ; se in $t-1$ osserviamo un residuo negativo (titolo sottovalutato) e tale informazione è corretta, allora il titolo acquistato in $t-1$ a $X_c^\circ(t-1)$ verrà venduto in t ad un prezzo $X_c^\circ(t)$ più alto per effetto dell'aggiustamento al rialzo verso il prezzo equo (l'aumento di domanda del titolo, in quanto sottovalutato, provoca un aumento del prezzo che va ad eliminare la situazione di mispricing riportando l'equilibrio) con il conseguente ottenimento di un $AR_{i,t}$ positivo. E' evidente, quindi, che una relazione economicamente significativa tra il residuo e l'extra-rendimento da trading viene sancito da un parametro b negativo; se $b = -1$, abbiamo una situazione "ideale" di perfetta informazione sul mispricing ad un giorno.
- Se $-1 < b < 0$, allora stiamo considerando la situazione realistica che vede il residuo non fornire sempre informazione corrette sul mispricing, ovvero stiamo osservando la situazione nella quale una quota del residuo è prodotta da stime non ottimali; tuttavia, si tenga presente che una causa di tale risultato può derivare dal fatto che il mercato necessita di più di un giorno per maturare ed eliminare il margine di arbitraggio.

Proprio per verificare questa eventuale lentezza del mercato nel riguadagnare l'equilibrio (inefficienza di mercato), possiamo introdurre un "lag" che sancisca il ritardo di un giorno tra l'individuazione del mispricing e la chiusura dell'operazione (es.: in $t-2$ osservo un titolo sottovalutato che compro in $t-1$ (ancora sottovalutato) e vendo in t); la regressione assume, così, la seguente forma:

$$AR_{i,t} = a + b \cdot \frac{e_c(t-2, \Phi_{t-2})}{X_c^\circ(t-2)} + u_t' \quad (1.3.2b).$$

I risultati empirici prodotti dall'applicazione di tali regressioni al campione di dati sui BTP sono riportati nella tabella 7; si possono osservare le stime mediante la cross-section giornaliera e la cross-section settimanale, e per entrambe sono state stimate le due regressioni di cui sopra (Lag = 0 e Lag = 1):

Tabella 7 (periodo campionario intero: dal 29/10/92 al 01/04/94) - ³
Test di regressione: contenuto informativo dei residui per il mispricing (tassi euro e swap)

	Cross-section: giornaliera				Cross-section: settimanale			
	Lag=0		Lag=1		Lag=0		Lag=1	
	a	b	a	b	a	b	a	b
	(E-02)		(E-02)		(E-02)		(E-02)	
BTP 3y	-0,0566	-0,11159	-0,0427 (*)	-0,08293	-0,0426 (**)	-0,09572	-0,0143 (*)	-0,03078 (*)
BTP 4y	-0,2134	-0,11211	-0,2372	-0,12449	-0,1669	-0,09159	-0,1124	-0,06171
BTP 4,5y	-0,2298	-0,10480	-0,2109	-0,09597	-0,1837	-0,08749	-0,0828	-0,03999 (**)
BTP 5y	-0,0992	-0,07308	-0,1026	-0,07529	-0,0592 (**)	-0,04832	-0,0296 (*)	-0,02594 (*)
BTP 8,5y	-0,2889	-0,06044	-0,3891	-0,08126	-0,1619	-0,03493	-0,1786	-0,03840
BTP 9y	-0,3137	-0,06302	-0,3807	-0,07650	-0,1712	-0,03543	-0,1620	-0,03317
BTP 9,5y	-0,3133	-0,06338	-0,3567	-0,07177	-0,1439 (**)	-0,03105	-0,1300 (*)	-0,02791 (**)
BTP 10y	-0,1884	-0,05093	-0,2553	-0,06806	-0,0646 (*)	-0,02007 (*)	-0,0813 (*)	-0,02418 (**)

³ Test di significatività dei parametri: (*) = parametro statisticamente non significativo al 10%;
(**) = parametro statisticamente non significativo al 5%.

Se si osservano le stime di b , si può notare come il coefficiente sia quasi sempre negativo, ma mai con valori prossimi a -0.2 ; questo risultato ci porta a sottolineare la presenza di informazioni per il trading nei “pricing errors”, che tuttavia devono convivere con problemi di fitting che contaminano il segnale.

Questo test di regressione, quindi, evidenzia un'utilità economica dei residui del modello, anche se tali risultati si sono dimostrati non eccezionali, soprattutto se confrontati con quelli ottenuti in un'applicazione analoga, al mercato belga, da Sercu e Wu (1997).

Ora, la considerazione del fatto che il periodo campionario scelto fosse caratterizzato da elevate turbolenze (tra la fine dell'inverno e l'inizio della primavera del '93 la lira patisce una forte debolezza e soccombe sotto la forza del marco tedesco, con il cambio che supera le 1000 lire), con conseguenti performances di fitting non ottimali (limite congenito dei modelli uni-fattoriali), mi ha portato a considerare ed indicare in tale elevata volatilità la causa dei non buoni risultati delle regressioni. La verifica della validità o meno di tale affermazione è oggetto di analisi nella prossima sezione.

1.3.3 Test di regressione con mercato “moderato”

Per verificare se il contenuto informativo dei residui del modello CIR migliora col migliorare delle stime (i.e., col ridursi della volatilità), ovvero per dare risposta all'indicazione di cui sopra, sono andato ad isolare, all'interno del periodo campionario, 3 sottoperiodi (1° sottoperiodo: dal 29/10/92 al 08/01/93; 2° sottoperiodo: dal 20/10/93 al 13/12/93; 3° sottoperiodo: dal 31/01/94 al 29/03/94) caratterizzati da una situazione di mercato “moderato” che inducesse miglioramenti nelle stime da parte del modello CIR; tale aspetto è messo in evidenza dalle seguenti tre

tabelle, che presentano le statistiche fondamentali sui pricing errors relativi ai tre sottoperiodi di cui sopra (tabelle 8, 9 e 10):

- Tabella 8 (1° sottoperiodo: dal 29/10/92 al 08/01/93) -

Residui percentuali cross-sezionali BTP: (pr. di mercato - pr. equo) / pr. di mercato (mod. CIR stimato con tassi euro e swap)										
	Cross-section: giornaliera					Cross-section: settimanale				
	Max.	Min.	Mean	MAE	AC	Max.	Min.	Mean	MAE	AC
BTP 3y	0,0078	-0,0117	-0,0025	0,0044	0,9666	0,0034	-0,0084	-0,0022	0,0031	0,9654
BTP 4y	0,0052	-0,0196	-0,0078	0,0084	0,9667	-0,0016	-0,0146	-0,0074	0,0074	0,9655
BTP 4,5y	0,0059	-0,0183	-0,0082	0,009	0,9667	0,0008	-0,0166	-0,0078	0,0079	0,9655
BTP 5y	0,0077	-0,0221	-0,0085	0,0096	0,9667	0,0011	-0,0198	-0,0081	0,0083	0,9656
BTP 8,5y	0,0129	-0,0299	-0,0101	0,0137	0,9668	0,0103	-0,0249	-0,0094	0,0123	0,9656
BTP 9y	0,011	-0,027	-0,0098	0,0126	0,9668	0,006	-0,0225	-0,0092	0,0103	0,9656
BTP 9,5y	0,0122	-0,0306	-0,0102	0,0138	0,9667	0,0094	-0,0246	-0,0096	0,0114	0,9656
BTP 10y	0,012	-0,0306	-0,0099	0,0134	0,9668	0,0084	-0,0247	-0,0094	0,0111	0,9656

- Tabella 9 (2° sottoperiodo: dal 20/10/93 al 13/12/93) -

Residui percentuali cross-sezionali BTP: (pr. di mercato - pr. equo) / pr. di mercato (mod. CIR stimato con tassi euro e swap)										
	Cross-section: giornaliera					Cross-section: settimanale				
	Max.	Min.	Mean	MAE	AC	Max.	Min.	Mean	MAE	AC
BTP 3y	0,017	-0,0108	0,0027	0,0051	0,9704	0,0139	-0,004	0,0028	0,0037	0,9693
BTP 4y	-0,0006	-0,0356	-0,0141	0,0141	0,9704	-0,0047	-0,0268	-0,0139	0,0139	0,9696
BTP 4,5y	-0,0071	-0,0344	-0,018	0,018	0,9706	-0,0118	-0,0329	-0,0179	0,0179	0,9696
BTP 5y	0,0166	-0,0284	-0,0036	0,0067	0,9706	0,0111	-0,016	-0,0034	0,0047	0,9697
BTP 8,5y	-0,0244	-0,0899	-0,0431	0,0431	0,9705	-0,0327	-0,0705	-0,0428	0,0428	0,9697
BTP 9y	-0,028	-0,0886	-0,0487	0,0487	0,9705	-0,0364	-0,0676	-0,0485	0,0485	0,9697
BTP 9,5y	-0,0348	-0,1008	-0,0524	0,0524	0,9705	-0,0443	-0,0772	-0,0521	0,0521	0,9697
BTP 10y	-0,0096	-0,0771	-0,0301	0,0301	0,9705	-0,0184	-0,0527	-0,0298	0,0298	0,9705

- Tabella 10 (3° sottoperiodo: dal 31/01/94 al 29/03/94) -

Residui percentuali cross-sezionali BTP: (pr. di mercato – pr. equo) / pr. di mercato (mod. CIR stimato con tassi euro e swap)										
	Cross-section: giornaliera					Cross-section: settimanale				
	Max.	Min.	Mean	MAE	AC	Max.	Min.	Mean	MAE	AC
BTP	0,0107	-0,0142	0,0034	0,0049	0,9763	0,0063	-0,0094	0,0025	0,0034	0,9755
3y										
BTP	0,0042	-0,0343	-0,0083	0,0088	0,9763	-0,0034	-0,0278	-0,0097	0,0097	0,9756
4y										
BTP	0,0146	-0,0299	-0,0052	0,0071	0,9761	0,0035	-0,0211	-0,0068	0,0071	0,9755
4,5y										
BTP	0,0234	-0,0234	0,0069	0,0089	0,9763	0,0127	-0,0135	0,005	0,0061	0,9756
5y										
BTP	-0,0013	-0,0712	-0,0285	0,0285	0,9762	-0,0197	-0,0549	-0,0315	0,0315	0,9756
8,5y										
BTP	-0,0001	-0,0645	-0,0284	0,0284	0,9762	-0,0193	-0,046	-0,0316	0,0316	0,9756
9y										
BTP	0,0121	-0,0574	-0,0231	0,0243	0,9761	0,0118	-0,0441	-0,0266	0,0271	0,9755
9,5y										
BTP	0,036	-0,0391	0,0023	0,0132	0,9763	0,0177	-0,024	-0,0015	0,0105	0,9762
10y										

Si può facilmente notare, dal confronto con la tabella 6, che tali sottoperiodi sono caratterizzati da residui medi decisamente minori rispetto a quelli che caratterizzano l'intero periodo campionario, ovvero vi è una maggior vicinanza del prezzo equo al prezzo di mercato; si osservi, inoltre, la seguente considerazione: i tre sottoperiodi (relativamente ai BTP a 3, 5 e 10 anni; sono questi i titoli considerati per il trading) vedono la c.s.s. produrre dei residui generalmente inferiori o equivalenti a quelli prodotti dalla c.s.g.; ora, se è vero che migliori stime portano a migliori informazioni per il trading, allora mi attenderò delle performances di trading sostanzialmente equivalenti, o a favore della c.s. "ampliata" (vedi tabelle 14, 15 e 16).

I risultati empirici, riportati nelle seguenti tre tabelle, derivanti dall'applicazione del test di regressione ai sottoperiodi di cui sopra, evidenziano in maniera netta, soprattutto dopo il confronto con i dati della tabella 7, come in tal contesto il coefficiente b assuma valori più elevati (in valore assoluto),

tendendo in maniera forte a valori economicamente importanti: si ottengono ripetutamente valori prossimi a -0,3/-0,4/-0.5 e l'R² aggiustato della regressione passa da valori inferiori all'8% (periodo campionario intero; Sercu e Wu nel test di regressione hanno ottenuto un R² aggiustato al 7% o inferiore) a valori mediamente compresi tra il 15% e il 35%.

- Tabella 11 (1° sottoperiodo: dal 29/10/92 al 08/01/93) -

Test di regressione: contenuto informativo dei residui per il mispricing (tassi euro e swap)

	Cross-section: giornaliera				Cross-section: settimanale			
	Lag=0		Lag=1		Lag=0		Lag=1	
	a	b	a	b	a	b	a	b
	(E-02)		(E-02)		(E-02)		(E-02)	
BTP 3y	-0,1380 (*)	-0,53857	-0,0721 (*)	-0,27124 (*)	-0,1749	-0,78783	-0,0255 (*)	-0,09988 (*)
BTP 4y	-0,2758 (**)	-0,36155	-0,3318	-0,43741	-0,2791	-0,39030	-0,2669	-0,37160
BTP 4,5y	-0,3865	-0,49079	-0,2295 (*)	-0,30040 (*)	-0,4134	-0,55475	-0,0837 (*)	-0,13403 (*)
BTP 5y	-0,3638	-0,44701	-0,1848 (*)	-0,24045 (*)	-0,3405	-0,44661	-0,0887 (*)	-0,14519 (*)
BTP 8,5y	-0,2144 (*)	-0,22266 (**)	-0,2026 (*)	-0,20589 (*)	-0,1424 (*)	-0,15441 (**)	-0,1377 (*)	-0,14754 (*)
BTP 9y	-0,2688 (*)	-0,30028	-0,1449 (*)	-0,17461 (*)	-0,1205 (*)	-0,15933 (**)	-0,0952 (*)	-0,11868 (*)
BTP 9,5y	-0,2859 (*)	-0,31258	-0,1419 (*)	-0,16814 (*)	-0,1297 (*)	-0,16901 (**)	-0,0801 (*)	-0,10532 (*)
BTP 10y	-0,3080 (*)	-0,33994	-0,1353 (*)	-0,16318 (*)	-0,1495 (*)	-0,19147 (**)	-0,0731 (*)	-0,09871 (*)

- Tabella 12 (2° sottoperiodo: dal 20/10/93 al 13/12/93) -

Test di regressione: contenuto informativo dei residui per il mispricing (tassi euro e swap)								
	Cross-section: giornaliera				Cross-section: settimanale			
	Lag=0		Lag=1		Lag=0		Lag=1	
	a	b	a	b	a	b	a	b
	(E-02)		(E-02)		(E-02)		(E-02)	
BTP 3y	0,0916 (*)	-0,29150	0,0677 (*)	-0,26857	0,1127	-0,38043	0,0476 (*)	-0,17696 (*)
BTP 4y	-0,4515	-0,33110	-0,4275	-0,28931	-0,6137	-0,43384	-0,3135 (*)	-0,22900 (*)
BTP 4,5y	-0,7388	-0,41885	-0,6961	-0,38840	-1,1312	-0,64063	-0,4927 (*)	-0,27923 (*)
BTP 5y	-0,1004 (*)	-0,29749	-0,1121 (*)	-0,27588	-0,1379 (*)	-0,41238	-0,0566 (*)	-0,15332 (*)
BTP 8,5y	-1,0250	-0,23469	-1,2839	-0,28896	-1,2374	-0,28378	-0,9526 (**)	-0,21785 (**)
BTP 9y	-1,5314	-0,31585	-1,8264	-0,37043	-2,1071	-0,43545	-1,4805 (**)	-0,30630 (**)
BTP 9,5y	-1,6213	-0,31072	-1,5846	-0,29806	-2,2757	-0,43698	-0,8965 (*)	-0,17248 (*)
BTP 10y	-0,9481	-0,31602	-1,0875	-0,35160	-1,0739	-0,35970	-0,9040	-0,30071

- Tabella 13 (3° sottoperiodo: dal 31/01/94 al 29/03/94) -

Test di regressione: contenuto informativo dei residui per il mispricing (tassi euro e swap)								
	Cross-section: giornaliera				Cross-section: settimanale			
	Lag=0		Lag=1		Lag=0		Lag=1	
	a	b	a	b	a	b	a	b
	(E-02)		(E-02)		(E-02)		(E-02)	
BTP 3y	0,1142	-0,33296	0,1757	-0,53655	0,1059	-0,43345	0,1259	-0,53806
BTP 4y	-0,2620	-0,30593	-0,3979	-0,46863	-0,4272	-0,43544	-0,4053	-0,40954
BTP 4,5y	-0,2839	-0,52383	-0,2457	-0,41728	-0,5894	-0,83785	-0,1974 (*)	-0,28244 (*)
BTP 5y	0,2465	-0,34461	0,3835	-0,56372	0,2279	-0,42605	0,2936	-0,58532
BTP 8,5y	-0,9670	-0,34274	-1,5443	-0,54027	-1,4628	-0,46996	-1,8909	-0,60037
BTP 9y	-1,0272	-0,36213	-1,4688	-0,51342	-1,7655	-0,56420	-1,6843	-0,53642
BTP 9,5y	-0,9211	-0,40832	-1,1733	-0,50238	-0,9732	-0,38238	-0,9690	-0,37901
BTP 10y	0,1126 (*)	-0,26978	0,1146 (*)	-0,40966	0,0557 (*)	-0,1791	0,0306 (*)	-0,20334 (*)

Questi risultati, quindi, che si ripetono e si confermano in tutti e tre i sottoperiodi, mi portano a sostenere e provare con forza

empirica il fatto che la bontà della stima del prezzo equo (che cresce decisamente quando il mercato è poco volatile, a meno di un sostegno, come vedremo nell'ultima sezione, da parte della c.s.s.) giochi un ruolo determinante nella valutazione del mispricing dei titoli: **quanto migliori sono le stime, tanto maggiore è l'affidabilità delle informazioni fornite dal "pricing error" sul mispricing di un titolo.**

Ciò conferma (vedi tabelle 14-16), conseguentemente, come ***l'affidabilità e la bontà del segnale per il trading (derivante dall'analisi del residuo) sia tanto maggiore quanto minore è la distorsione e il disturbo prodotto dal fattore econometrico.***

Prima di passare al secondo test sui residui (test con regola dei Segnali Impliciti per il trading) voglio evidenziare il risultato connesso all'introduzione del lag di ritardo: dall'osservazione dei risultati ottenuti con le regressioni di cui sopra, emerge come vi sia a volte una certa lentezza nell'aggiustamento del mispricing da parte del mercato, ovvero l'introduzione del ritardo rivela un contenuto informativo che si mantiene o che addirittura aumenta; tutto ciò può essere letto, quindi, come una conferma di una certa ***inefficienza del mercato*** che fornisce l'occasione per produrre ***arbitraggi estesi ad una sequenza di giorni***. Si tenga presente che questo tipo di analisi era stata condotta in maniera più ampia, introducendo nella regressione fino a quattro lag di ritardo (Lag = 4): questi risultati hanno evidenziato come il contenuto informativo massimo dei residui si manifesta con lag uguale a zero o ad uno (ecco perché i risultati dei lag successivi non sono stati inseriti), e come tale contenuto informativo tende ad annullarsi con lag pari a quattro.

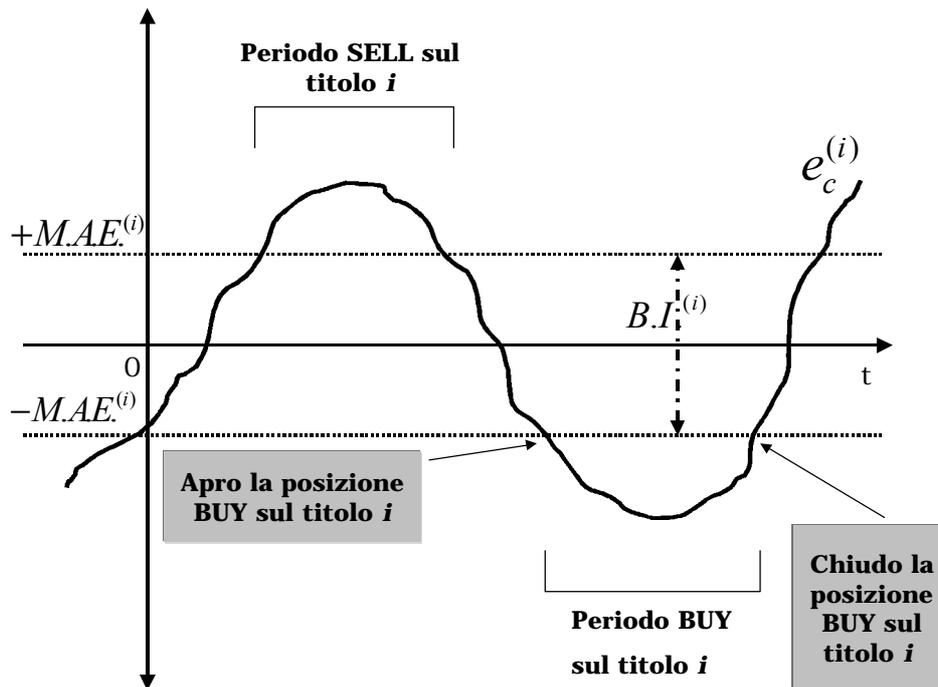
1.3.4 Test con regola dei Segnali Impliciti per il trading. Ottica ex-post.

Per ottenere un'impressione sulla rilevanza economica della prevedibilità dei rendimenti sulla base delle deviazioni tra prezzo osservato e prezzo stimato, si propone di seguito un test che si basa su una regola di trading indotta proprio dai segnali forniti dai residui e utilizzando come bande di confidenza per l'invio del segnale il M.A.E. (del periodo considerato), per la sopravvalutazione (se il residuo è positivo e superiore al M.A.E., allora vendo allo scoperto finché il segnale non scompare, dopodiché chiudo la posizione) e il M.A.E., preso con valore negativo, per la sottovalutazione (se il residuo è negativo e inferiore alla banda, allora acquisto finché il segnale non scompare, dopodiché chiudo la posizione).

Come si può capire, quindi, il segnale per il trading è fortemente connesso alle caratteristiche dei residui, ovvero alle caratteristiche e alla bontà delle stime prodotte dal modello CIR: ciò si riflette, infatti, sull'andamento del residuo rispetto alle bande per il trading (+M.A.E.; -M.A.E.), e sulle stesse bande, che devono il loro livello, ovvero l'affidabilità dei segnali che inviano (di concerto con l'andamento del residuo), alla bontà delle stime prodotte.

E' per questo motivo che ho deciso di chiamare le bande di cui sopra come **Bande Implicite** (nelle stime prodotte dal modello) per il trading, e i segnali di acquisto e vendita come **Segnali Impliciti** per il trading.

Tale strategia di trading può essere così formalizzata (consideriamo un generico titolo i -esimo e consideriamo una situazione ex-post, nella quale cioè le bande sono ad un livello fisso):



$$S.I._t^{(i)} = \begin{cases} SELL_t^{(i)} & \text{se } e_{c,t}^{(i)} > +M.A.E._t^{(i)} \\ BUY_t^{(i)} & \text{se } e_{c,t}^{(i)} < -M.A.E._t^{(i)} \end{cases}$$

con $S.I._t^{(i)}$ = Segnale Implicito sul titolo i -esimo all'istante t ;

$e_{c,t}^{(i)}$ = Residuo del titolo i -esimo all'istante t ;

$[-M.A.E., +M.A.E.] = B.I.^{(i)}$ = Bande Implicite del titolo i -esimo.

Ora, per verificare l'affidabilità di questo tipo di segnale ho testato la metodologia di cui sopra sui tre sottoperiodi, e in riferimento a situazioni di sottovalutazione (primo e secondo sottoperiodo; strategia BUY) e sopravvalutazione (terzo sottoperiodo; strategia SELL) dei BTP a 3, 5 e 10 anni (ho analizzato queste maturity perché sono queste le scadenze su cui tipicamente agiscono gli operatori istituzionali).

Al fine di fornire una prova importante e completa sulla capacità del modello CIR di analizzare i pricing errors per il

trading, e su come questa capacità sia fortemente connessa con la bontà delle stime, ho confrontato i rendimenti (*i rendimenti inseriti nelle tabelle sono in %; es.: 4,5676=4,5676%*) da trading sulla base dei segnali forniti dalle bande costruite lungo il sottoperiodo (i.e., bande costruite sulla base di residui minori, ovvero costruite sulla base di stime migliori) con i rendimenti ottenuti in base ai segnali forniti dalle bande costruite lungo l'intero periodo campionario (i.e., bande costruite sulla base di residui maggiori, ovvero costruite sulla base di stime peggiori); questi risultati sono organizzati nelle seguenti tabelle:

- Tabella 14 (1° sottoperiodo: dal 29/10/92 al 08/01/93) -

Test con regola di trading: rendimenti con i Segnali Impliciti su titoli sottovalutati;								
periodo campionario: 29/10/92-08/01/93;								
	Cross-section: giornaliera				Cross-section: settimanale			
	Bande Implicite: periodo				Bande Implicite: periodo			
	29/10/92-29/03/94		29/10/92-08/01/93		29/10/92-29/03/94		29/10/92-08/01/93	
	Lag=0	Lag=1	Lag=0	Lag=1	Lag=0	Lag=1	Lag=0	Lag=1
BTP 3y	4,5676	1,5113	5,37872	2,64435	2,14818	#	5,8614	2,3223
BTP 5y	2,935055	1,06692	6,66804	3,71193	1,52	0,5464	6,4772	3,6142
BTP 10y	#	#	3,34737	2,46845	#	#	2,350931	1,1385

- Tabella 15 (2° sottoperiodo: dal 20/10/93 al 13/12/93) -

Test con regola di trading: rendimenti con i Segnali Impliciti su titoli sottovalutati;								
periodo campionario: 20/10/93-13/12/93;								
	Cross-section: giornaliera				Cross-section: settimanale			
	Bande Implicite: periodo				Bande Implicite: periodo			
	29/10/92-29/03/94		20/10/93-13/12/93		29/10/92-29/03/94		20/10/93-13/12/93	
	Lag=0	Lag=1	Lag=0	Lag=1	Lag=0	Lag=1	Lag=0	Lag=1
BTP 3y	1,0316	#	0,93724	0,83976	#	#	0,79026	#
BTP 5y	1,7226	1,5968	2,6569	2,1187	1,5065	#	3,39823	2,1187
BTP 10y	3,1335	2,9448	4,9112	3,9945	2,7056	2,3383	5,24288	3,9056

- Tabella 16 (3° sottoperiodo: dal 31/01/94 al 29/03/94) - 4

Test con regola di trading: rendimenti con i Segnali Impliciti su titoli sopravvalutati;								
periodo campionario: 31/01/94-29/03/94;								
	Cross-section: giornaliera				Cross-section: settimanale			
	Bande Implicite: periodo				Bande Implicite: periodo			
	29/10/92-29/03/94		31/01/94-29/03/94		29/10/92-29/03/94		31/01/94-29/03/94	
	Lag=0	Lag=1	Lag=0	Lag=1	Lag=0	Lag=1	Lag=0	Lag=1
BTP 3y	1,28483	0,55233	2,4333	2,3762	#	#	3,12539	2,486
BTP 5y	2,136549	1,340439	3,954173	3,9159	#	#	4,0764	3,4762
BTP 10y	#	#	4,4881	4,2023	#	#	4,9532	3,4103

Le considerazioni che si possono fare osservando le tabelle 14-16 sono estremamente importanti in quanto danno una prova sostanziale del *legame esistente tra la qualità della stima del prezzo equo del titolo e la qualità delle informazioni sul mispricing del titolo medesimo, ovvero la qualità dei segnali per il trading*: il trading prodotto con segnali costruiti attraverso le stime migliori ha portato a dei rendimenti decisamente superiori rispetto a quelli ottenuti con i segnali “offuscati dalla volatilità” (da 2 a 4 punti percentuali in più).

Addirittura, laddove le “stime buone” mi portano ad ottenere dei rendimenti (cumulati, lungo il sottoperiodo considerato) attorno al 5%, le “stime cattive” mi indicano di non entrare nel mercato, ovvero mi indicano l’assenza di titoli sottovalutati (sopravvalutati, nella tabella 16).

Questo comportamento generale è sostanzialmente rispettato anche a livello particolare, ovvero in termini di confronto tra la c.s.g. e la c.s.s.; in sostanza, le attese avanzate nella sezione 1.3.3

⁴ I rendimenti evidenziati nelle tabelle sono rendimenti cumulati, ovvero la somma dei tassi di rendimento (per periodo di detenzione) delle operazioni compiute nel periodo; il simbolo # sta a significare l’assenza del segnale: non viene individuato alcun titolo sopravvalutato (tabella 16) o sottovalutato (tabelle 14 e 15).

trovano conferma nelle tre tabelle di cui sopra: *i minori residui (in generale) prodotti dalla c.s.s. portano la medesima a fornire segnali per il trading migliori* (con lag pari a zero).

C'è un altro aspetto importante da evidenziare: i risultati sulla persistenza del mispricing (Lag = 1) forniti dalla regressione trovano piena conferma in questo secondo test: benché i guadagni maggiori siano ottenuti senza ritardare l'apertura dell'operazione, la possibilità di compiere arbitraggi efficaci rimane ritardando di un giorno il trading. Si osservi, inoltre, che i rendimenti maggiori, con un'apertura ritardata della posizione, sono ottenuti con la c.s.g..

1.3.5 Test con regola dei Segnali Impliciti per il trading. Ottica ex-ante.

La sezione precedente ha dimostrato empiricamente come esista la possibilità di produrre un trading efficace grazie ai segnali del modello CIR.

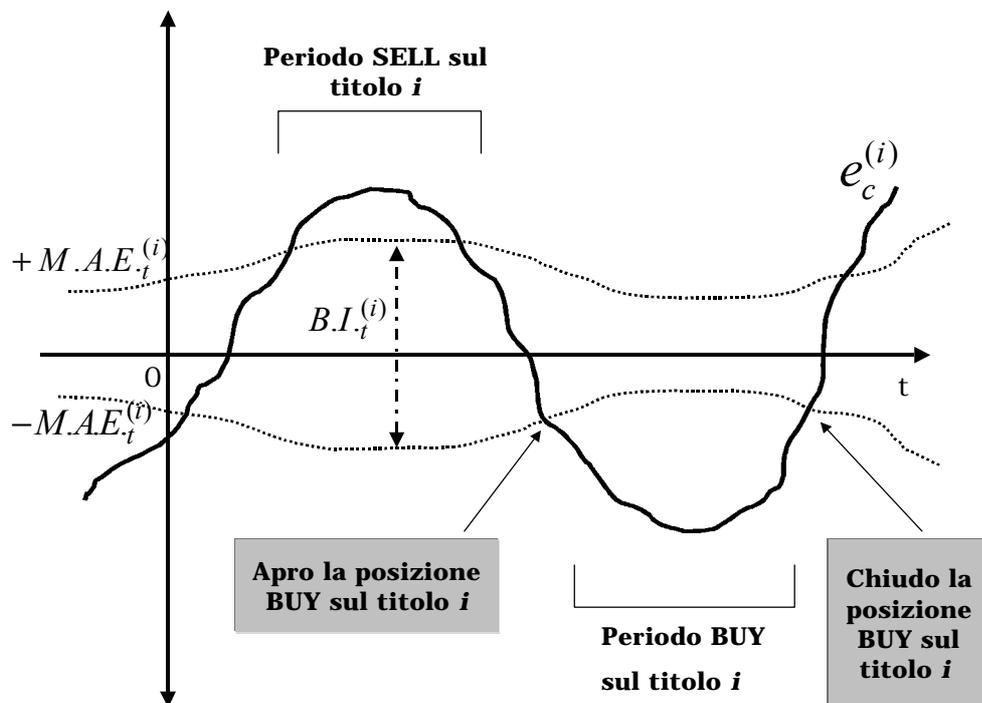
Tuttavia, quest'analisi resta una verifica effettuata in ottica ex-post, ovvero una verifica non realistica perché eseguita conoscendo in partenza tutte le osservazioni del periodo.

Questa sezione ha l'obiettivo di testare (sul secondo e terzo sottoperiodo) se la metodologia dei Segnali Impliciti è efficace "realmente", ovvero se è una metodologia che, avanzando in ottica ex-ante (fornendo cioè segnali in ottica ex-ante), è ancora in grado di produrre dei rendimenti positivi.

Il test, che ha ovviamente la stessa struttura logica di quello in ottica ex-post, presenta le seguenti peculiarità: il trading inizia con un M.A.E. (i.e., bande implicite), costruito sulle quaranta osservazioni precedenti, che viene aggiornato di istante in istante temporale man mano che si osservano i nuovi prezzi e si creano i nuovi residui; per creare le condizioni di un trading realistico ho

agito nel seguente modo: con l'arrivo della nuova osservazione temporale (nuova quotazione del titolo) determino, dal confronto col prezzo equo preventivamente calcolato, il nuovo residuo che viene conteggiato nel M.A.E. (la media aumenta di una unità la propria numerosità) ai fini dell'aggiornamento delle bande. Dato il nuovo livello delle bande, vedo se il residuo è esterno ad esse e, di conseguenza, decido se aprire o meno la posizione.

Questa procedura verrà iterata ogni giorno del periodo, e si osserveranno delle bande che adegueranno il loro livello alle caratteristiche dei residui:



I risultati del trading sono riportati nella tabella 17:

- Tabella 17 -

Test con regola di trading in ottica ex-ante: rendimenti con i Segnali Impliciti;								
	Periodo: 20/10/93 - 13/12/93; titoli sottovalutati;				Periodo: 31/01/94-29/03/94; titoli sopravvalutati;			
	Cross-section giornaliera		Cross-section settimanale		Cross-section giornaliera		Cross-section settimanale	
	Lag=0	Lag=1	Lag=0	Lag=1	Lag=0	Lag=1	Lag=0	Lag=1
BTP 3y	1,401	0,9158	1,1315	#	2,5266	2,6253	3,0971	2,41
BTP 5y	2,4473	1,9474	3,4022	1,7941	3,6274	3,7296	5,1953	4,4109
BTP 10y	4,7759	3,4834	2,9484	2,7055	1,12605	0,303934	#	#

L'osservazione dei risultati mette in evidenza come il modello CIR sia in grado di fornire informazioni utili per il trading anche in ottica ex-ante, ovvero *la metodologia dei Segnali Impliciti appare realmente efficace.*

1.3.6 Trading con i Segnali Impliciti e alta volatilità: il ruolo della cross-section settimanale e del "lagged" trading

La cross-section settimanale patisce il difetto di produrre le stime attraverso una media delle osservazioni del giorno considerato e dei quattro precedenti, inducendo così la formazione (a parità di altri fattori) di residui maggiori rispetto alla c.s.g., che invece si basa sulle osservazioni del solo giorno corrente.

La forza della c.s.s. si manifesta pienamente, invece, quando la volatilità cresce, ovvero quando essa ha la possibilità di raccogliere *l'informazione temporale connessa alla variabilità dei dati* lungo le cinque c.s. che la compongono.

Infatti, i trading sui tre sottoperiodi analizzati evidenziano performances migliori con la c.s.s., ma la differenza non è così forte e ciò è evidentemente connesso alla volatilità limitata del periodo.

E' quindi il fatto di considerare un range di variabilità dei dati maggiore che può portare la c.s.s. a fornire stime per il trading migliori rispetto alla c.s.g..

La c.s.s., quindi, è in grado di *compensare i limiti* che il modello CIR ha nei confronti dell'elevata volatilità, ovvero è in grado di sopperire alle difficoltà previsive congenite del modello stesso. Con questo si vuole affermare che la c.s.s. può essere in grado di fornire stime importanti su quei titoli sui quali il modello ha delle difficoltà previsive particolari (indotte dalla volatilità), i titoli a lunga scadenza, ovvero quei titoli il cui prezzo è maggiormente sensibile a oscillazioni dei tassi indotte da movimenti del mercato (cioè quei titoli maggiormente volatili).

In sostanza, la c.s.s. si propone come la scelta migliore quando il modello CIR (modello stocastico univariato) deve affrontare le difficoltà previsive derivanti dall'alta volatilità, e in particolare le difficoltà di prevedere l'andamento dei prezzi di quei titoli particolarmente sensibili alla volatilità, e cioè i titoli a lunga scadenza.

Ora, per dare una prova importante della validità di questa affermazione sulla c.s.s., è stata eseguita un'attività di trading con i Segnali Impliciti (in ottica ex-ante) lungo il sottoperiodo campionario che va dall'08/01/93 al 30/07/93: si può notare come questo sia un intervallo temporale caratterizzato da una fase iniziale (i primi due mesi) di bassa volatilità, seguita da una seconda fase (ampia) di alta volatilità prodotta dalla svalutazione della lira contro il marco tedesco.

Si riporta qui di seguito una tabella che evidenzia il M.A.E., sui 3 titoli considerati, lungo il sottoperiodo campionario di cui sopra:

- Tabella 18 (periodo ad elevata volatilità) -

periodo: 08/01/93 - 30/07/93;		
M.A.E.		
Cross-section		
	Giornaliera	Settimanale
BTP 3y	0,01333	0,01201
BTP 5y	0,02780	0,02588
BTP 10y	0,05549	0,05232

Si può osservare come, sul BTP a 3 anni, la c.s.s. produca una performance di fitting leggermente migliore rispetto alla c.s.g., mentre sui BTP a 5 e 10 anni tale miglior performance assume connotati più marcati (la differenza tra il M.A.E. da c.s.g. e il M.A.E. da c.s.s. aumenta con l'aumentare della maturity, ovvero la c.s.s. evidenzia maggior forza, in tale periodo di alta volatilità, con l'aumentare del tempo alla scadenza del titolo).

Detto questo, riportiamo i risultati del trading nella seguente tabella:

- Tabella 19 (periodo ad elevata volatilità) -

Test con regola di trading: rendimenti con i Segnali Impliciti; titoli sottovalutati; periodo: 08/01/93 - 30/07/93;				
Cross-section				
	Giornaliera		Settimanale	
	Lag=0	Lag=1	Lag=0	Lag=1
BTP 3y	12,667	15,002	7,3935	7,4716
BTP 5y	5,8238	8,06283	6,732595	8,2446
BTP 10y	0,4933	0,678698	5,437954	5,4273

Tali valori confermano in maniera netta quanto argomentato in precedenza: laddove la volatilità porta il modello CIR a subire forti difficoltà (previsioni sull'andamento di prezzi dei BTP a 5 e 10 anni, con un mercato molto volatile) emerge la miglior bontà dei segnali per il trading della c.s.s.; *l'incremento di guadagno, nel*

passare dalla c.s.g. alla c.s.s., aumenta con l'aumentare della maturity.

E' solo sul BTP a 3 anni (maturity piccola), cioè su una maturity che non crea difficoltà al modello, che la c.s.g. fornisce dei rendimenti superiori: infatti, i dati sui BTP a 3 anni sono caratterizzati da una minor variabilità di quelli sui BTP a 5 e 10 anni, e ciò perché (ripeto!) i titoli con maturity minore, a parità di rendimento offerto, sono meno volatili.

Si noti che questi risultati sono coerenti con i risultati della tabella 18: l'incremento di performance, che si registra nel passare dalla c.s.g. alla c.s.s., aumenta decisamente nel passaggio dalla maturity a 5 anni alla maturity a 10 anni.

Un risultato (riguardante entrambe le c.s.) altrettanto importante è quello che vede l'ottenimento di *rendimenti maggiori* non con lag pari a zero, ma *ritardando l'apertura della posizione*, ovvero assumendo un comportamento più prudente.

Tutto ciò è evidentemente coerente con le caratteristiche di *elevata volatilità del periodo*: il comportamento nervoso ed anomalo che i prezzi hanno in questi momenti rendono più efficiente quel trading che tiene conto dell'informazione connessa al grado di sensibilità del titolo alla volatilità (*c.s.g. per le informazioni sulle maturity brevi, c.s.s. per i segnali sulle maturity più lunghe*), e che si assicura sulla persistenza del segnale prima di aprire la posizione (*due segnali concordi e consecutivi; con l'aumentare della volatilità aumenta la prudenza*).

Questo mi permette di affermare, quindi, che *le informazioni fornite dal modello CIR sono coerenti con le caratteristiche del mercato e con il corrispondente atteggiamento dell'investitore*: man mano che la volatilità aumenta e che l'andamento dei prezzi si fa più imprevedibile, *il trading migliore risulta essere quello che* tiene conto dell'informazione temporale connessa alla sensibilità del titolo considerato ai movimenti del mercato (informazione che

sconta la presenza di volatilità), e che *attende un segnale “sicuro”* prima di aprire la posizione.

Dalla lettura dei risultati di cui sopra, quindi, si può arrivare alla seguente affermazione: ***il modello CIR si propone come un modello capace di fornire informazioni efficaci per il trading e come un modello “economicamente intelligente”, in quanto capace di adeguare i segnali per l’arbitraggio al livello di volatilità del mercato: in sostanza, tale modello sembra essere in grado di indurre il trader verso una strategia efficiente e sensibile al maggior rischio connesso alla maggior volatilità.***

A tal proposito, dalla tabella 19 emerge un’altra interessante indicazione che riguarda la ***cross-section settimanale***: questa metodologia di stima ***sembra capace di garantire, nel complesso dei tre titoli analizzati, un rendimento da trading più stabile, meno sensibile alla volatilità e alla maturity del titolo sul quale si opera. La c.s. ampliata, infatti, mediando sulle osservazioni settimanali, va ad eliminare i picchi giornalieri di volatilità, ovvero va a smorzare l’effetto della volatilità stessa, producendo un effetto “smoothing” che porta ai ad ottenere delle performances stabili.***

1.4 Conclusioni

L’evidenza empirica, oggetto del presente articolo, ha voluto verificare la capacità o meno del modello CIR di fornire informazioni sul mispricing dei titoli, mediante l’analisi della deviazione tra prezzo osservato e prezzo equo (residuo), e di fornire conseguentemente segnali sul trading da impostare sui titoli medesimi.

Una volta costruiti i prezzi equi dei BTP e determinate le deviazioni dai prezzi osservati (corso tel quel), la verifica empirica è stata condotta applicando a tali “pricing errors” un test di regressione e un test con regola di trading.

Il primo test ha evidenziato non solo la *capacità del modello CIR di ottenere informazioni economicamente rilevanti* sull'andamento futuro dei prezzi dei titoli, ma ha anche dato una prova importante e ripetuta (test di regressione su 3 sottoperiodi campionari a mercato “moderato”) del seguente legame: *migliori sono le stime dei prezzi equi e maggiore sarà l'affidabilità delle informazioni* fornite dai “pricing errors” sul mispricing dei titoli.

Questa proprietà, emersa dal periodo campionario, viene confermata pienamente dal secondo test, basato su un trading eseguito sui tre sottoperiodi e sul periodo ad alta volatilità: l'affidabilità e la bontà del segnale per il trading è tanto maggiore quanto minori sono i residui prodotti, ovvero quanto migliori sono le stime.

Nei periodi di mercato a bassa volatilità, il modello produce degli ottimi risultati (che risultano essere leggermente migliori con la c.s.s., se ho lag pari a zero, mentre sono leggermente migliori con la c.s.g., se ho lag pari a uno) nelle stime e nei segnali per il trading, mentre, quando aumenta la volatilità, peggiora la capacità nello stimare e nel raccogliere informazioni sul mispricing.

La c.s.s. è lo strumento che permette di difendere la qualità delle stime e delle informazioni quando il mercato è volatile, ovvero è lo strumento che viene introdotto per “rimediare” ai difetti strutturali del modello.

Affianco a questo risultato ne va evidenziato un altro, altrettanto importante:

l'introduzione di un ritardo giornaliero, tra l'individuazione del mispricing e l'esecuzione del trading, ha evidenziato come il *mercato elimini il margine di arbitraggio con una certa lentezza,*

lasciando margine di guadagno anche a chi non si fidi o non colga subito il segnale. Più precisamente, il test con il trading ha mostrato come i *rendimenti maggiori vengano sistematicamente ottenuti senza ritardare l'apertura dell'operazione, quando il mercato è poco volatile, mentre è con lag pari a uno che si ottengono i rendimenti maggiori se il periodo è soggetto ad alta volatilità* (comportamento economicamente razionale indotto dal modello CIR).

1.5 Ringraziamenti

Doverosi e sinceri ringraziamenti vanno alla Prof.ssa Monica Billio, per gli aiuti, i consigli e il materiale riguardante il software GAUSS (...e non solo), e al Professor Andrea Berardi per le idee, gli aiuti, le indicazioni (...e i dati) riguardanti la presente analisi empirica.

Grafici

GRAFICO1: Struttura a termine stimata (cross-section giornaliera); periodo: 29/10/92-01/04/94

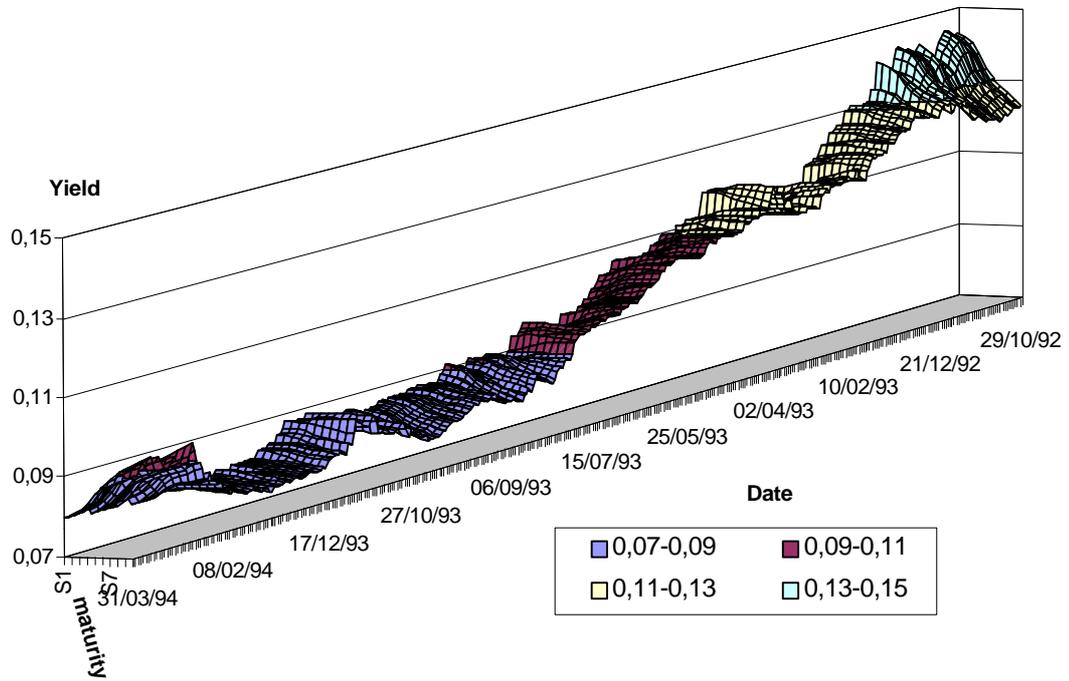
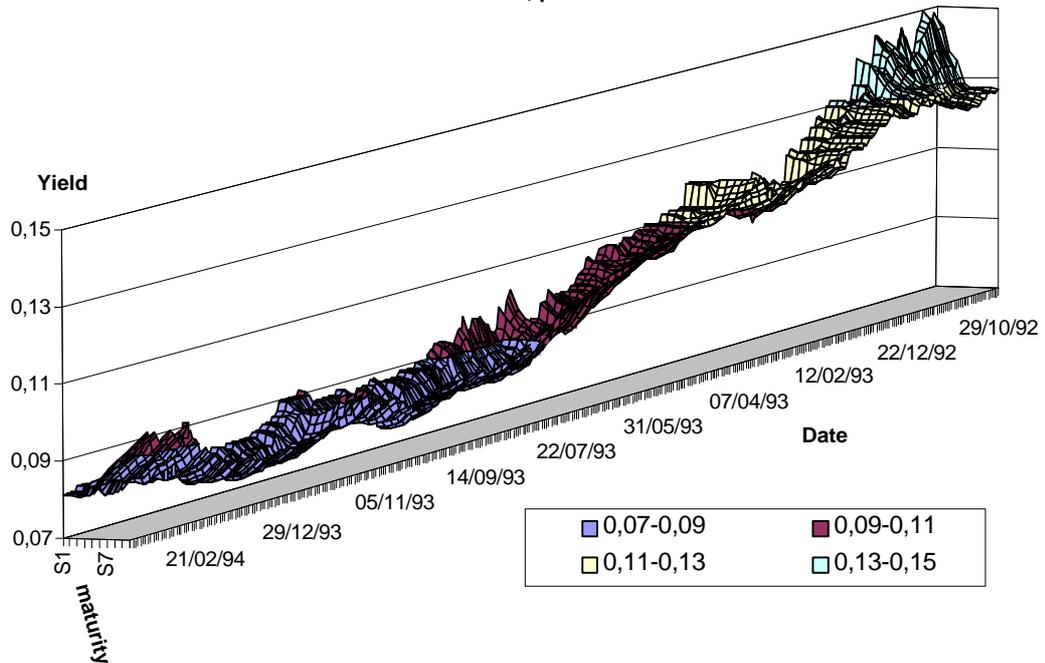


GRAFICO 2: Struttura a termine reale; periodo: 29/10/92-01/04/94



**GRAFICO 3: Struttura a termine stimata (cross-section settimanale);
periodo: 04/11/92-01/04/94**

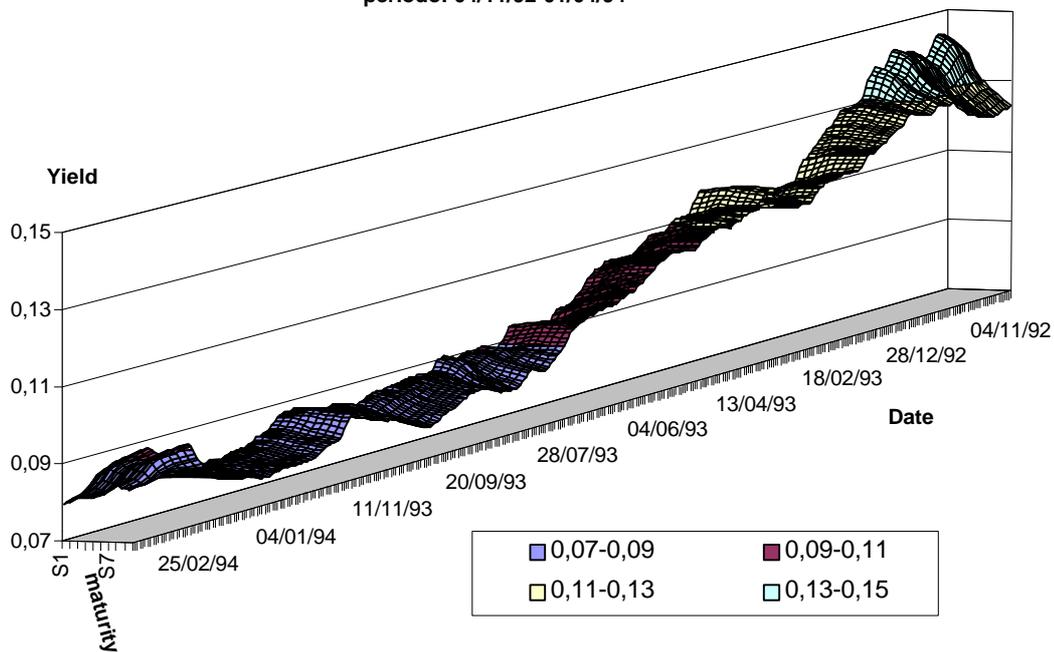


GRAFICO 4: Prezzo di mercato e prezzi equi (BTP a 3 anni)

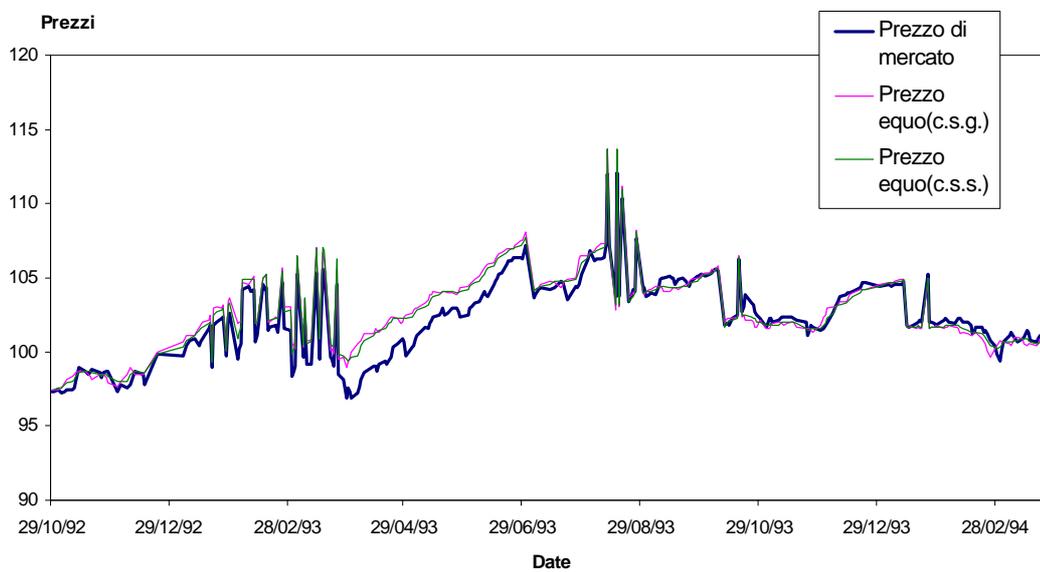


GRAFICO 5: Prezzo di mercato e prezzi equi (BTP a 5 anni)

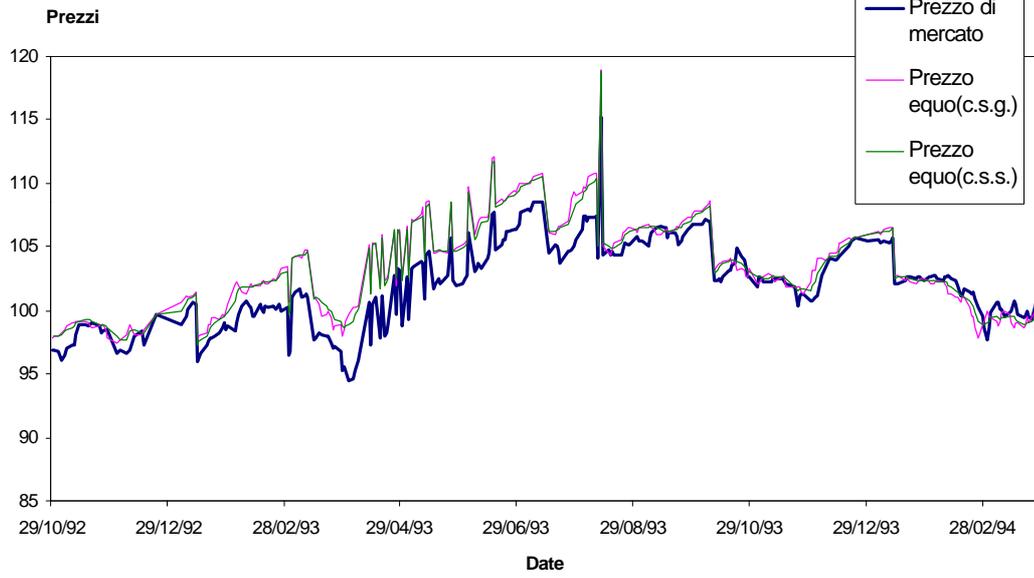
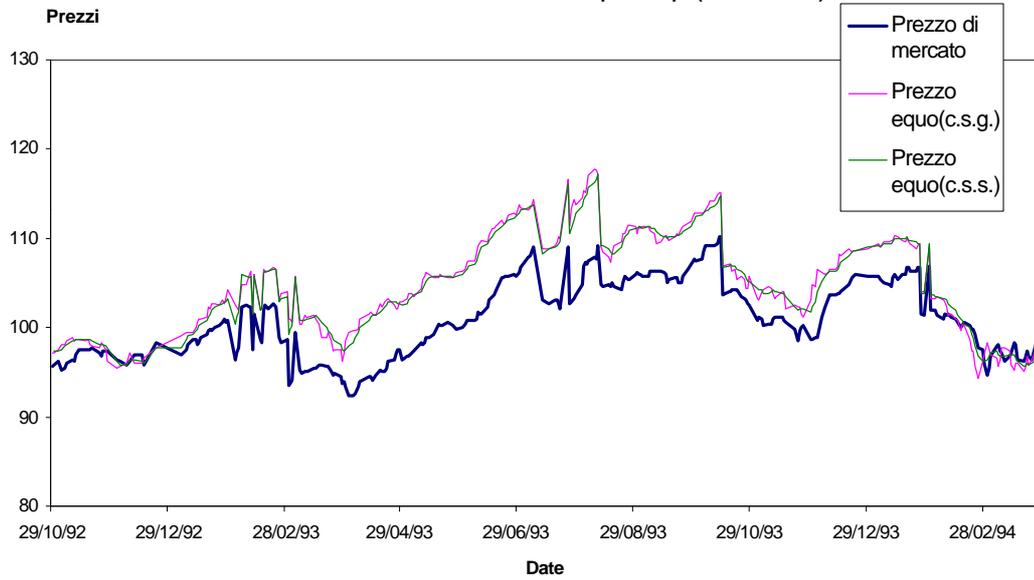


GRAFICO 6: Prezzo di mercato e prezzi equi (BTP a 10 anni)



Bibliografia

- BERARDI, A. (1994)**, “L’approccio di equilibrio generale della struttura a termine dei tassi di interesse: una sintesi”, in *Finanza Imprese e Mercati*, n.3, pp. 417-473.
- BERARDI, A. (1996)**, *Teoria ed econometria della struttura a termine dei tassi di interesse: note di lavoro*, materiale fornito per un ciclo di seminari tenuti per il corso di Econometria II (Università Ca’ Foscari, Venezia).
- BROWN, S.J. e DYBVIG, P.H. (1986)**, “The empirical implications of the Cox, Ingersoll, Ross theory of the term structure of interest rates”, *Journal of Finance*, 41, pp. 617-630.
- BROWN, S.J. e SCHAEFER, S.M. (1994)**, “The term structure of real interest rates and the Cox, Ingersoll and Ross model”, *Journal of Financial Economics*, 35, pp. 3-42.
- COX, J.C., INGERSOLL, J.E. e ROSS, S.A. (1985a)**, “An intertemporal general equilibrium model of asset prices”, *Econometrica*, 53/2, pp. 363-384.
- COX, J.C., INGERSOLL, J.E. e ROSS, S.A. (1985b)**, “A theory of the term structure of interest rates”, *Econometrica*, 53/2, pp. 385-407.
- PICCOLO, D. (1990)**, *Introduzione all’analisi delle serie storiche*, Roma, La Nuova Italia Scientifica.
- SERCU, P. e WU, X. (1997)**, “The informant content in bond model residuals: an empirical study on the Belgian bond market”, *Journal of Banking and Finance*, 21, pp. 685-720.