

# L'analisi tecnica e i modelli *GARCH*

**Davide Dalan**

*ROLO Banca 1473*

**Domenico Sartore**

*Università Ca' Foscari e GRETA*

**Premessa.** Nel precedente articolo di Cappellina e Sartore dedicato alla relazione tra analisi tecnica e previsione econometrica si è affermata l'utilità di un utilizzo congiunto della modellistica econometrica e dell'analisi tecnica. La prima per determinare le traiettorie previste delle serie finanziarie, la seconda come supporto agli operatori per definire il *timing* più opportuno delle strategie operative. Si può compiere un passo ulteriore e chiedersi se la determinazione di segnali tecnici possa essere tradotta in una o più variabili con contenuto informativo utilizzabile da un modello econometrico allo scopo di migliorare la *performance* previsiva. La letteratura econometrica ha già affrontato questo problema e ha cominciato a fornire le sue risposte, basti citare il rilevante lavoro di Neftci (1991).

Partendo dall'ipotesi che la quotazione di chiusura di un'attività finanziaria abbia un contenuto informativo sullo stato del mercato, i segnali di analisi tecnica costruiti su tali quotazioni possono fornire una valida approssimazione dei suoi andamenti. I segnali possono quindi essere utilizzati all'interno dei modelli econometrici come ulteriori elementi di spiegazione dei rendimenti<sup>1</sup> e della loro volatilità. La loro efficacia dipende però anche dalla capacità dei modelli di farne un utilizzo appropriato e una condizione necessaria perché ciò avvenga è l'adeguatezza dei modelli econometrici nell'interpretare proprio i rendimenti e la loro varianza. Quest'ultima grandezza ha notevole rilevanza perché, come è noto, rappresenta uno dei modi di misurare la volatilità della serie finanziaria.

**L'approccio econometrico.** La varianza di una serie finanziaria è un parametro fondamentale nella determinazione del portafoglio ottimo dell'investitore: nella definizione di quest'ultimo occorre infatti trovare il giusto compromesso tra il rendimento medio atteso e la rischiosità, misurata proprio dalla varianza. Accettare l'ipotesi di varianza costante nel tempo (detta ipotesi di *omoschedasticità*) di fatto vuol dire introdurre nell'analisi della serie un elemento fortemente distorto soprattutto per quanto riguarda la stima dei parametri dei modelli econometrici e i relativi test. Le analisi empiriche mostrano, infatti, che grandissima parte delle serie finanziarie è caratterizzata da un comportamento non costante, ovvero *eteroschedastico*, della loro varianza. Generalmente la volatilità sembra assumere un comportamento particolare a seconda del rendimento: in fasi di mercato crescenti i rendimenti tendono ad essere caratterizzati da una volatilità inferiore rispetto ai rendimenti legati a fasi discendenti dei titoli, sintomo questo di una vischiosità dei corsi al rialzo (Schwert, 1989).

Un'altra caratteristica, empiricamente evidente per le serie finanziarie, è data dal fatto

che le loro distribuzioni di probabilità sono *leptocurtiche*<sup>2</sup>. Le distribuzioni leptocurtiche hanno la particolarità di assegnare una maggiore probabilità ad eventi molto lontani dal valor medio della distribuzione rispetto alle probabilità che verrebbero assegnate a tali eventi da una distribuzione normale (detta *mesocurtica*). Per questo motivo si parla di distribuzioni con *code spesse*. La presenza di leptocurtosi è compatibile con l'ipotesi di varianza dipendente dal tempo.

Eteroschedasticità e code spesse della distribuzione di probabilità sono i due connotati di fondo delle serie finanziarie, a cui si possono aggiungere altri elementi peculiari, primo fra tutti la persistenza di *shock* esogeni sui titoli e sulle loro quotazioni. A ciò si aggiunge il comportamento asimmetrico, evidenziato dalle quotazioni, in base al quale shock negativi sembrano incrementare la volatilità più di quanto non facciano shock positivi (*leverage effect*).

LeBaron (1992) ha messo in risalto come volatilità e correlazione dei rendimenti abbiano caratteristiche contrapposte, per cui a bassa volatilità corrisponde alta correlazione e viceversa: intuitivamente, piccole escursioni dei titoli, tipiche di fasi di stagnazione del mercato, sono legate da una forte correlazione lineare.

Queste semplici caratteristiche distributive appena elencate sono state calcolate sui rendimenti, indicati con  $R_{Max}$  e  $R_{Min}$ , legati alla quotazione massima e minima del MIB 30, facendo riferimento al periodo campionario dal 7/3/1995 al 24/7/1997, già indicato come primo sottoperiodo di *consolidamento/evoluzione* nel precedente articolo di Cappellina e Sartore. Esse sono indicate nella Tab. 1 dove appaiono: la media della distribuzione, la deviazione standard, l'indice di asimmetria, l'indice della curtosi in eccesso rispetto alla distribuzione normale mesocurtica (il cui valore è pari a 3), il massimo e il minimo. La statistica Chi quadro, calcolato sulla base dell'asimmetria e della curtosi stimata, è utilizzata per verificare l'ipotesi di normalità della distribuzione.

	$R_{max}$	$R_{Min}$
<i>N</i>	599	599
<i>Media</i>	0,000788	0,000792
<i>Standard Deviation</i>	0,011309	0,011366
<i>Asimmetria</i>	0,094588	0,121914
<i>Eccesso Curtosi</i>	1,302768	0,547764
<i>Minimo</i>	-0,037132	-0,034340
<i>Massimo</i>	0,053857	0,042786
<i>Chi Quadro</i>	33,566 [0,0000]	8,325 [0,0155]

Tab. 1 – Caratteristiche distributive

Dai risultati ottenuti si può concludere che entrambe le serie dei rendimenti sono leptocurtiche e presentano una leggera asimmetria positiva. Inoltre, per entrambe le statistiche del test Chi quadro assumono valori superiori a quelli critici, come risulta evidente dai valori di probabilità indicati tra parentesi quadra nella tabella, quindi si rifiuta l'ipotesi di normalità della distribuzione.

Ulteriori analisi condotte sulle serie dei rendimenti hanno evidenziato la presenza di un'altra caratteristica tipica delle serie finanziarie: il cosiddetto effetto *clustering*, ossia l'aggregarsi in gruppi degli errori a seconda del loro ordine di grandezza (grossi errori

tendono ad essere seguiti da errori altrettanto grandi e piccoli errori da errori altrettanto piccoli), in altri termini, la volatilità dei rendimenti è *autocorrelata*.

**Modelli stocastici.** Un aspetto più squisitamente econometrico riguarda il modello stocastico interpretativo delle aspettative sui rendimenti finanziari qualora queste dipendano dalla conoscenza dei valori delle quotazioni già verificatisi. Questa ovviamente appare come la situazione più realistica: ogni giorno sul mercato gli operatori conoscono quanto già successo e si creano delle aspettative per quanto accadrà domani. Numerose verifiche empiriche hanno messo in evidenza che la serie storica dei rendimenti di molte serie finanziarie possiede, per alcuni aspetti, le caratteristiche di un modello stocastico noto in letteratura con il nome di *rumore bianco* (*white noise*). Assumendo per semplicità che un titolo non possieda dividendo, allora il suo rendimento è dato unicamente dal *capital gain*. Più precisamente se  $P_t$  rappresenta il prezzo del titolo, il suo rendimento  $r_t$  è definito da:

$r_t = (P_t - P_{t-1}) / P_{t-1}$  che può essere ben approssimato dalla differenza logaritmica<sup>3</sup>:

$$r_t = \log P_t - \log P_{t-1} = p_t - p_{t-1} \quad \text{dove } p_t = \log P_t, \text{ quindi}$$

$$p_t = p_{t-1} + r_t$$

La formulazione appena data del prezzo  $p_t$  descrive un comportamento chiamato *passeggiata casuale* (*random walk*)<sup>4</sup> che possiede particolari proprietà. Tra quelle rilevanti è opportuno menzionare:

- la varianza di  $p_t$  non è costante nel tempo;
- la previsione (ovvero l'aspettativa), ottimale sulla base di un criterio abbastanza generale, di  $p_t$  un passo avanti (cioè di  $p_{t+1}$ ), risulta essere semplicemente  $p_t$ , cioè si può scrivere  $E(p_{t+1} | p_t) = p_t$ , dove  $E(p_{t+1} | p_t)$  rappresenta appunto l'aspettativa del prezzo per il tempo  $t+1$  condizionalmente all'informazione posseduta fino al tempo  $t$ . Questo risultato sembra per certi aspetti sconcertante: la migliore previsione per il prezzo di domani è il prezzo osservato oggi sul mercato. Il prezzo osservato oggi contiene tutta l'informazione necessaria a formare l'aspettativa degli operatori ed è una informazione disponibile a tutti. Questo risultato è coerente con l'*ipotesi di mercato efficiente* a cui hanno fatto riferimento importanti economisti come Samuelson e Fama;
- gli incrementi di prezzo, cioè i rendimenti, sono indipendenti gli uni dagli altri nel tempo ed hanno varianza costante (proprietà di *stazionarietà*). Ciò significa che essi sono indipendenti non solo dalle aspettative del prezzo (momento primo condizionale), ma anche dai momenti condizionali di ordine più elevato rispetto al primo.

Formalmente il *random walk* è considerato come un particolare elemento della classe dei processi *autoregressivi* non stazionari. Nello sviluppo della modellistica, l'assunzione di un comportamento *random walk* è considerata troppo restrittiva per poter generare un'ampia classe di processi interpretativi del comportamento delle serie finanziarie. Questa limitazione è superata con la ricerca di una classe di processi che soddisfi alla condizione  $E(p_{t+1} | p_t) = p_t$  senza ulteriori restrizioni su altri parametri (i momenti condizionali superiori al primo) della loro distribuzione. Tale classe esiste ed è la classe dei processi *martingala*: un processo di tipo martingala ha necessariamente incrementi indipendenti o non correlati ma non è stazionario, è quindi compatibile con

modelli stocastici non lineari capaci di interpretare particolari comportamenti dei momenti condizionali di ordine superiore al primo. Ad esempio, è stata proposta un'ampia classe di modelli detti con *varianza condizionalmente autoregressiva* (*Autoregressive Conditionally Heteroskedastic - ARCH*), fondata su una particolare struttura del secondo momento condizionale, che si è dimostrata spesso empiricamente adatta ad interpretare gli andamenti della volatilità dei prezzi.

**I modelli ARCH e GARCH.** I modelli *ARCH*, proposti dall'econometrico Engle (1982), possiedono molte delle caratteristiche nei loro parametri teorici che possono mimare relativamente bene il comportamento delle quantità empiriche calcolate sulle serie finanziarie. Essi hanno, ad esempio, una componente erratica (quella a cui si può assegnare il compito di interpretare i rendimenti) che non è autocorrelata, invece la sua varianza non è costante nel tempo ed è autocorrelata, infine la sua distribuzione si presenta con le caratteristiche delle distribuzioni leptocurtiche.

La formulazione di questi modelli può essere sintetica ma è necessario avere familiarità con le nozioni probabilistiche ed econometriche: si proverà perciò a darne ragione in modo il più possibile discorsivo.

Anzitutto si osservi che il modello dei prezzi:

$$p_t = p_{t-1} + r_t$$

può essere riscritto, alla luce dell'assunzione di processo martingala [ $E(p_t | p_{t-1}) = p_{t-1}$ ], nel seguente modo:

$$p_t = E(p_t | p_{t-1}) + r_t$$

Questa rappresentazione dice che il prezzo al tempo  $t$  è dato dall'aspettativa che l'operatore si è formato sulla base delle informazioni disponibili nel periodo precedente più il rendimento effettivo per lo stesso tempo  $t$ . Qualora ci si chieda in che modo oscillano i prezzi, la risposta è implicita nel concetto di varianza o volatilità; anche la varianza può essere calcolata in modo condizionale rispetto alle informazioni disponibili. Dal fatto che l'aspettativa non ha variabilità (ha variabilità zero) e che i rendimenti sono indipendenti o non correlati rispetto all'aspettativa, si può dedurre la seguente relazione:

$$V(p_t | p_{t-1}) = V(r_t | p_{t-1}),$$

cioè la volatilità dei prezzi è uguale alla volatilità dei rendimenti. Si è detto che l'assunzione di processo martingala non comporta necessariamente la costanza di questa varianza (come nell'ipotesi *random walk*). La sua variabilità può esprimersi, in generale, attraverso una funzione delle informazioni disponibili al tempo  $t-1$ , vale a dire:

$$V(r_t | p_{t-1}) = f(p_{t-1}).$$

Dalle assunzioni sulla forma della funzione  $f(p_{t-1})$  discendono varie classi di modelli.

La classe di modelli *ARCH* assume che  $f(p_{t-1})$  sia definito come combinazione lineare di un preassegnato numero  $p$  di rendimenti quadratici  $r_{t-1}^2, r_{t-2}^2, \dots, r_{t-p}^2$ . Il numero di rendimenti quadratici coinvolti è segnalato attraverso la notazione *ARCH*( $p$ ).

Un limite dei modelli *ARCH* può essere dato dal numero troppo elevato di rendimenti necessari per adattarlo ai dati osservati. Per superare questo limite, Bollerslev (1986) propone di utilizzare una classe di modelli più generale, detta dei processi *ARCH generalizzati* (*GARCH*). Definita con  $h_t = f(p_{t-1})$  la varianza condizionale al tempo  $t$ , la classe dei modelli *GARCH* assume che tale varianza sia definita come combinazione lineare di un preassegnato numero  $p$  di rendimenti quadratici (come per la classe dei processi *ARCH*) e di un preassegnato numero  $q$  di varianze condizionali ritardate nel tempo, cioè  $h_{t-1}, h_{t-2}, \dots, h_{t-q}$ . Anche in questo caso il numero dei rendimenti e delle

varianze utilizzato nel modello è indicato dalla notazione  $GARCH(p,q)$ ; nella pratica econometrica raramente si utilizzano modelli di ordine superiore al modello  $GARCH(1,1)$ .

Ulteriori proposte sono apparse nella letteratura econometrica ad arricchire le classi di modelli applicabili ai dati finanziari.

Qualora ad esempio il modello preveda la dipendenza dei prezzi al tempo  $t$  non solo dai prezzi al tempo  $t-1$  ma anche  $t-2$ ,  $t-3$ , ...,  $t-m$ , cioè si utilizzi una struttura autoregressiva, indicata con  $AR(m)$ , e si ammetta volatilità non costante nel tempo, allora ci si può riferire a modelli della classe  $AR(m)GARCH(p, q)$ .

Nella classe  $ARCH-M$  invece è la media condizionale a diventare una funzione esplicita della varianza condizionale del processo; in questo modello un aumento nella varianza condizionale è associato ad un incremento o decremento nella media condizionale dei prezzi. Questa è una caratteristica apprezzabile e coerente con molte delle teorie in ambito finanziario che ipotizzano un *trade-off* tra rischio e rendimento atteso: immediate generalizzazioni dei modelli  $ARCH-M$  sono date dai modelli  $GARCH-M$  e  $AR-GARCH-M$ .

Nelson (1991) invece propone la classe di modelli  $GARCH$  esponenziali o  $EGARCH$ , caratterizzata dal fatto che la varianza condizionale si presenta come una funzione asimmetrica dei valori passati dei rendimenti.

Infine, una classe particolare è rappresentata dagli  $ARCH$  qualitativi a soglia, denominata  $QTARCH$  e  $G-QTARCH$ , proposta dagli econometrici francesi Gouriéroux e Monfort (1992). Questi modelli sono modelli  $ARCH$  la cui struttura dipende da una variabile qualitativa, nota con il nome di *stato* o *regime*; a sua volta lo stato è funzione del processo che si vuol studiare (ad esempio i prezzi). Il campo di variazione del processo analizzato è ripartito in due o più segmenti i cui estremi sono detti *soglie*; a seconda che il processo superi una certa soglia, sarà determinante un particolare stato piuttosto che un altro. Questo tipo di modelli si rivelano utili per interpretare alcune caratteristiche tipiche delle serie finanziarie come ad esempio:

- i corsi dei titoli tendono ad essere vischiosi al rialzo;
- la volatilità dei rendimenti *buy* è generalmente inferiore a quella dei rendimenti *sell*;
- la volatilità dei rendimenti *buy* è superiore a quella dei rendimenti *sell* solo nel caso di rimbalzi delle quotazioni caratterizzati da una grossa spinta al rialzo.

Vari sono stati i motivi di successo della modellistica  $ARCH-GARCH$ : gran parte della moderna Teoria della Finanza interpreta gli andamenti dei mercati finanziari utilizzando i cosiddetti *processi diffusi* in tempo continuo. I modelli proposti sono generalmente fondati sulla soluzione di equazioni differenziali stocastiche e la loro applicazione presuppone l'osservazione di serie temporali continue mentre in realtà le serie finanziarie disponibili sono rilevate in tempo discreto. Nelson (1990) riconcilia le motivazioni empiriche alla base dei modelli  $ARCH$  e la teoria economica dimostrando come un processo  $GARCH(1,1)$  converga ad un modello diffuso continuo man mano che si considerano intervalli temporali più piccoli. Diebold, Im e Lee (1988), basandosi sul Teorema del Limite Centrale dimostrano, invece, la convergenza verso la distribuzione normale di un processo martingala con errori di tipo  $ARCH$ .

Lamoureux e Lastrapes (1990) dimostrano che il volume di trading giornaliero nel mercato delle azioni, utilizzato come variabile esplicativa, ha un suo peso nello spiegare

la varianza dei rendimenti giornalieri e tale varianza possiede la struttura tipica dei modelli *ARCH* e *GARCH*.

**Analisi econometrica del MIB 30.** L'ampio ventaglio di modelli della famiglia *ARCH-GARCH* è stata applicata alla serie dei rendimenti massimi e minimi del MIB 30. Gli obiettivi che l'indagine si è posta sono i seguenti:

1. individuare la migliore specificazione del modello all'interno della propria classe, tra quelle sopra elencate;
2. verificare se l'inserimento di un segnale proveniente dall'analisi tecnica come variabile esplicativa del rendimento nei modelli econometrici individuati al punto precedente possa migliorare la previsione degli andamenti dei rendimenti massimo e minimo del MIB 30;
3. condurre la stessa verifica interpretando il segnale proveniente dall'analisi tecnica come variabile esplicativa della volatilità dei rendimenti massimo e minimo del MIB 30.

Per il raggiungimento del primo obiettivo è stato condotto un ampio lavoro computazionale stimando un largo numero di modelli. Le migliori specificazioni sono state raggiunte dai seguenti modelli: *AR(3)GARCH(1,1)*, *AR(3)GARCH-M(1,1)*, *AR(3)EGARCH(1,1)*, *QTARCH(1)*, *QTARCH(2)*, *G-QTARCH(1)*.

**Analisi econometrica e analisi tecnica del MIB 30.** Per le verifiche riguardanti gli altri due obiettivi si è ritenuto conveniente ridurre il numero di modelli econometrici su cui operare e utilizzare il periodo campionario già indicato all'inizio dell'articolo. Si sono perciò utilizzati solo due modelli scegliendo il primo all'interno della famiglia composita *AR-GARCH*, unitamente ai suoi sviluppi *AR-GARCH-M* e *AR-EGARCH*; il secondo è stato scelto nella famiglia dei modelli *ARCH* qualitativi a soglia.

Per quanto riguarda il primo gruppo, il modello che ha mostrato le migliori qualità statistiche è stato *AR(3)GARCH(1,1)*, mentre per il secondo gruppo si è preferito il modello *G-QTARCH(1)*.

In questi due modelli sono stati inseriti i segnali di analisi tecnica *buy/sell* ottenuti attraverso i metodi già brevemente illustrati nell'articolo di Cappellina e Sartore. I segnali hanno assunto alternativamente il ruolo di variabili esplicative dell'andamento del rendimento (secondo obiettivo) oppure della loro volatilità (terzo obiettivo).

Per misurare l'incidenza dell'analisi tecnica sulla capacità previsiva dei modelli sono stati calcolati alcuni indici di *performance* prima e dopo l'inserimento dei segnali nei modelli. Come indici di *performance* si sono utilizzati l'errore quadratico medio (*MSE*) e l'errore medio assoluto (*MAE*) la cui formulazione è riportata in Appendice: minori sono i valori di tali indici e migliore è il risultato della previsione.

Le previsioni sono calcolate per 40 osservazioni campionarie, dal 30/5/1997 al 24/7/1997, ristimando i modelli nell'ipotesi che i valori dei rendimenti effettivi non siano noti<sup>5</sup>.

**Previsione dei rendimenti.** Per brevità non si riportano in dettaglio tutti i risultati riguardanti il secondo obiettivo, nella Tab. 2 si mostrano i valori degli indicatori di *performance* relativi al Rendimento Massimo quando viene inserito un segnale tecnico. Si osservi come il miglior risultato lo si abbia per previsioni fatte un solo passo avanti e la capacità previsiva decresca al crescere dell'orizzonte di previsione.

Può essere interessante avere un'idea approssimativa<sup>6</sup> dell'entità dell'errore di previsione medio assoluto riferito ai valori di quotazione del MIB 30 piuttosto che ai rendimenti (cioè alle differenze dei valori logaritmici delle quotazioni). Facendo riferimento al valor medio delle quotazioni effettive per il periodo di previsione che è pari a 20401,875 lire, la media degli errori di previsione per difetto o per eccesso varia da un minimo di 186,319 lire (corrispondente nella Tab. 2a al valore 9,091E-03 dell'indicatore *MAE* un passo avanti quando si utilizza il segnale *MACD*) ad un massimo di 212,874 lire (corrispondente nella Tab. 2b al valore 1,038E-02 dell'indicatore *MAE* un passo avanti quando si utilizza il segnale *KST*).

Per il rendimento massimo e per quello minimo e per entrambi i modelli *AR(3)GARCH(1,1)* e *G-QTARCH(1)*, tutti i segnali si dimostrano significativi nella spiegazione dei rendimenti ad eccezione di quelli provenienti dalla tecnica *KST*. E' interessante osservare che i segnali *KST* sono risultati invece i migliori in termini di redditività nella scelta degli investimenti<sup>7</sup>. Anche il segnale *FMA* non possiede molta capacità esplicativa, mentre molto rilevanti si sono rivelati i segnali *MACD* e *DM*.

	<b>FMA</b>		<b>MACD</b>	
	<i>MSE</i>	<i>MAE</i>	<i>MSE</i>	<i>MAE</i>
s =1	1,342E-04	9,148E-03	1,269E-04	9,091E-03
2	1,430E-04	9,351E-03	1,316E-04	9,122E-03
3	1,406E-04	9,287E-03	1,281E-04	9,168E-03
4	1,553E-04	9,555E-03	1,406E-04	9,246E-03
5	1,648E-04	9,634E-03	1,436E-04	9,324E-03
7	1,754E-04	9,997E-03	1,550E-04	9,549E-03
10	1,835E-04	1,024E-02	1,776E-04	9,851E-03

Tab. 2a.- Rendimento Massimo e previsioni con segnale tecnico s passi avanti

	<b>DM</b>		<b>KST</b>	
	<i>MSE</i>	<i>MAE</i>	<i>MSE</i>	<i>MAE</i>
s =1	1,283E-04	9,098E-03	1,349E-04	9,151E-03
2	1,306E-04	9,116E-03	1,436E-04	9,366E-03
3	1,312E-04	9,186E-03	1,412E-04	9,301E-03
4	1,428E-04	9,396E-03	1,561E-04	9,593E-03
5	1,451E-04	9,410E-03	1,651E-04	9,664E-03
7	1,604E-04	9,873E-03	1,766E-04	1,006E-02
10	1,790E-04	9,897E-03	1,818E-04	1,038E-02

Tab. 2b - Rendimento Massimo e previsioni con segnale tecnico s passi avanti

Nella Fig. 1 si riporta la previsione del Rendimento Massimo ricavata utilizzando il modello  $AR(3)GARCH(1,1)$  e il segnale tecnico  $DM$ . Si osservi come tutti i rendimenti effettivi rimangano contenuti all'interno degli intervalli di confidenza, calcolati con l'usuale coefficiente di confidenza del 95%. Questo risultato fornisce un'ulteriore indicazione della bontà della previsione effettuata. Il grafico mostra come l'andamento previsto non assuma le stesse ampie oscillazioni dell'andamento effettivo, ciò concorda con risultati noti nella teoria dei processi stocastici. Infatti, la serie effettivamente osservata è sempre interpretabile da un processo prevedibile ma con un errore di previsione che ha varianza non nulla anche quando il previsore utilizzi tutta l'informazione contenuta nei dati osservati nei periodi precedenti a quello di previsione.

**La previsione della volatilità.** Riguardo al terzo obiettivo, si ritiene opportuno dare un maggiore dettaglio fornendo sia i valori riferiti al rendimento massimo sia a quello minimo; inoltre, si confrontano gli indicatori di *performance* prima e dopo l'inserimento del segnale nel modello.

Nella Tab. 3 sono raccolti i risultati nel caso di previsioni fatte  $s$  passi avanti senza tener conto dei segnali di analisi tecnica. La prima riga riporta gli indicatori di *performance* per la previsione un passo avanti considerando però un modello a varianza costante. Come nel caso del rendimento, anche per la previsione della volatilità generalmente il miglior risultato è ottenuto per previsioni fatte un passo avanti. Una caratteristica evidente data dagli indicatori nel caso della volatilità è quella di mostrare buone *performance* anche per orizzonti di previsione più lontani.

	Rendimento Massimo		Rendimento Minimo	
	MSE	MAE	MSE	MAE
Cost.	6,212E-08	1,592E-04	7,761E-08	1,679E-04
$s=1$	2,517E-08	1,038E-04	3,476E-08	1,051E-04
2	2,527E-08	1,019E-04	3,734E-08	1,140E-04
3	3,127E-08	1,074E-04	3,904E-08	1,153E-04
4	3,164E-08	1,066E-04	3,839E-08	1,142E-04
5	2,201E-08	9,541E-05	3,718E-08	1,131E-04
7	3,024E-08	1,048E-04	3,723E-08	1,135E-04
10	2,537E-08	1,015E-04	3,739E-08	1,140E-04

Tab. 3 - Volatilità prevista  $s$  passi avanti

Qualora si inseriscano i segnali, si ottengono delle previsioni i cui indicatori di *performance* sono riportati nella Tab. 4. I risultati mostrano come l'utilizzo dei segnali tecnici migliorino anche se in modo non rilevante la previsione della volatilità, a differenza di quanto avviene per il rendimento. In ogni caso il segnale che fornisce i migliori risultati è  $DM$  sia per il Rendimento Massimo che per il Rendimento Minimo.

	Rendimento Massimo		Rendimento Minimo	
	MSE	MAE	MSE	MAE
FMA	2,503E-08	1,034E-04	3,443E-08	1,037E-04
MACD	2,481E-08	1,030E-04	3,237E-08	9,894E-05
DM	2,475E-08	1,025E-04	3,106E-08	9,764E-05
KST	2,509E-08	1,034E-04	3,468E-08	1,039E-04

Tab. 4 - Segnali tecnici e volatilità prevista un passo avanti

Ampliando l'orizzonte temporale di previsione, per il segnale *DM*, che fornisce i migliori risultati, si riportano in Tab. 5 i relativi indicatori di *performance*.

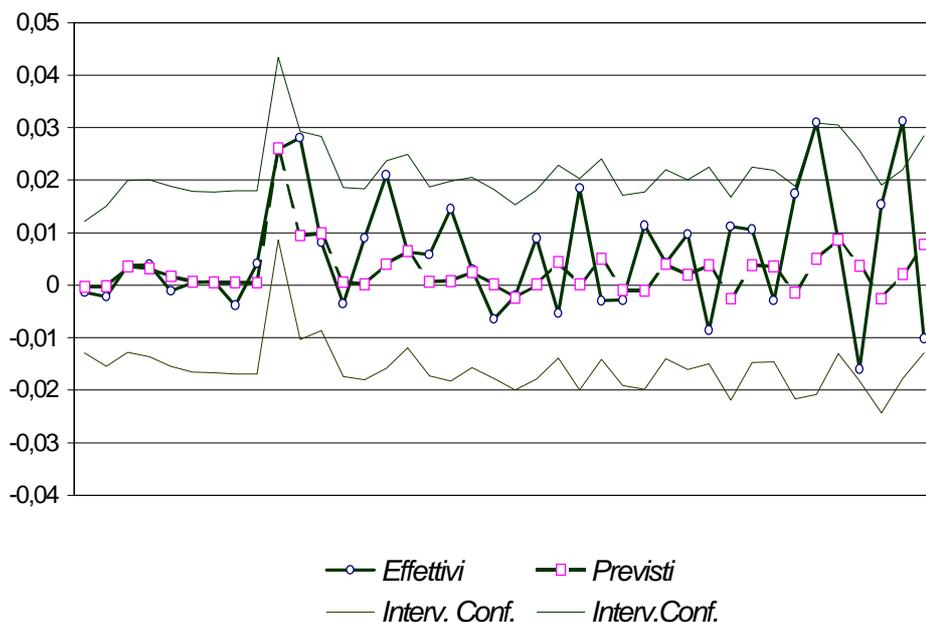
	Rendimento Massimo		Rendimento Minimo	
	MSE	MAE	MSE	MAE
s =1	2,475E-08	1,025E-04	3,106E-08	9,764E-05
2	2,492E-08	1,026E-04	3,185E-08	1,174E-04
3	3,134E-08	1,071E-04	3,780E-08	1,229E-04
4	3,169E-08	1,063E-04	3,817E-08	1,221E-04
5	2,174E-08	9,424E-05	3,850E-08	1,226E-04
7	3,027E-08	1,042E-04	3,669E-08	1,204E-04
10	2,503E-08	1,006E-04	3,386E-08	1,170E-04

Tab. 5 - Volatilità prevista s passi avanti con l'inserimento del segnale MD

Degno di nota è il ripetersi della caratteristica di buone *performance* della previsione riguardante la volatilità anche per orizzonti temporali lontani.

**Conclusioni.** L'applicazione e il confronto fra i modelli derivanti dallo sviluppo della modellistica *GARCH* ha portato alla scelta di una struttura *AR(3)-GARCH(1,1)*. Un inserimento dei segnali di analisi tecnica si è mostrato efficace per quanto riguarda la capacità esplicativa della componente del valor medio del rendimento, mentre si è rivelato affatto importante per la componente della varianza. All'interno della classe di modelli *AR(m)-GARCH(1,1)* i segnali di analisi tecnica considerati non risultano, pertanto, informativi circa la volatilità dei rendimenti. Per quanto riguarda i valori medi, sono i segnali *DM* e *MACD* a fornire le migliori *performance* mentre il segnale *KST*, che ha dato ottimi risultati come strategia speculativa, è complessivamente meno significativo.

L'insoddisfacente comportamento dei segnali per l'analisi delle volatilità e l'evidente asimmetria tra la volatilità dei rendimenti *buy* rispetto a quelli *sell* hanno suggerito l'uso dei modelli della classe *G-QTARCH*. Il modello prescelto è stato *G-QTARCH(1)* che, all'opposto del modello *AR(3)-GARCH(1,1)*, si è rivelato poco apprezzabile nello spiegare i valori medi dei rendimenti, ma più efficace nell'interpretarne la volatilità. L'uso dei segnali di analisi tecnica all'interno di questa classe di modelli non ha fornito risultati esaltanti mostrando tuttavia maggior capacità esplicativa della volatilità rispetto al loro utilizzo nella classe *GARCH*. Tra i segnali, è risultato maggiormente informativo il segnale *DM*.



- Nelson, D.B. (1991), «Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach», *Econometrica*, 59(2), 347-370.
- Schwert, G.W. (1989), «Why Does Stock Market Volatility Change over Time?» *Journal of Finance*; 44(5), 1115-1153.

## NOTE

<sup>1</sup> Il termine qui utilizzato di rendimento non va confuso con quello dell'articolo precedente di Cappellina e Sartore dedicato alla relazione tra analisi tecnica e previsione econometrica. Nel presente lavoro invece ci si richiama al concetto usuale di rendimento finanziario di un titolo, calcolabile in ogni periodo, senza nessun riferimento ad operazioni di *trading*.

<sup>2</sup> La leptocurtosi è una proprietà che può essere espressa attraverso il valore di un parametro statistico. Questo parametro assume il valore 3 per la distribuzione normale mesocurtica, mentre è superiore a tale valore nel caso di distribuzioni leptocurtiche.

<sup>3</sup> La differenza logaritmica definisce in modo esatto il rendimento composto continuo, cioè quel rendimento che si ricava da una capitalizzazione continua nel tempo.

<sup>4</sup> Una formulazione più completa è data da  $p_t = \mu + p_{t-1} + r_t$  dove  $\mu$  rappresenta la variazione di prezzo attesa (*drift*).

<sup>5</sup> La scelta di 40 osservazioni è anche motivata dalla necessità di considerare un orizzonte di previsione che contenga almeno un segnale *buy/sell*.

<sup>6</sup> Il calcolo esatto presuppone la ricostruzione dell'intera serie delle quotazioni previste, tenendo conto dei rendimenti previsti periodo per periodo. I valori approssimati riportati nel testo risultano comunque solo leggermente sovrastimati.

<sup>7</sup> La valutazione è stata fatta in termini di rendimenti medi giornalieri *buy* e *sell* ottenuti seguendo le strategie indicate dai segnali riferiti alle diverse tecniche.